REDVET Rev. electrón. vet. http://www.veterinaria.org/revistas/redvet
2013 Volumen 14 Nº 2 - http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020213.html

REDVET - Revista electrónica de Veterinaria - ISSN 1695-7504

La modelación matemática como puente entre el conocimiento científico y el matemático - Mathematical modelling as a bridge between the scientific knowledge and mathematical

Ulloa Ibarra, José Trinidad: Escuela Nacional de Ingeniería Pesquera, Universidad Autónoma de Nayarit, México, CICATA – IPN. ulloa@cameuan.com.mx | **Rodríguez Carrillo, Jorge Armando:** Programa Académico de Matemáticas, Universidad Autónoma de Nayarit, México. carrillojro@hotmail.com

Resumen.

El presente trabajo, tiene como principal objetivo mostrar que la modelación matemática es una alternativa de enlace entre los conocimientos científico y matemático. Para lograrlo, se utiliza las consideraciones elementales (gráficas, numéricas y simbólicas) sobre dos modelos empleados en el estudio de situaciones de crecimiento: Logístico y Gompertz, respectivamente, empleando un conjunto de datos reales que registran la talla de un ejemplar de rape[1] (*lophius budegassa*) esto con la finalidad de que toda la comunidad del área biológica – agropecuaria – pesqueras, al estudiar situaciones que involucren un crecimiento; ya sea poblacional o de una cualidad de un organismo en especifico, tengan criterios para seleccionar qué modelo es más adecuado con base en la interpretación correcta de la situación que analizan.

Como información previa, se realiza un análisis de los parámetros que involucran a cada uno de los modelos; la población inicial (P_o), el límite de saturación o de carga (k) y de la tasa instantánea de crecimiento (r).

Se concluye que, para lograr adquirir, simultáneamente, los conocimientos científicos y matemáticos en áreas como biológico – agropecuaria – pesquera, se puede recurrir a la modelación matemática, donde situaciones reales y un adecuado análisis de las mismas juegan un papel importante. Por tal motivo, se considera que los conocimientos

[1] El rape, es un pez que tiene un aspecto iracundo y vive en aguas profundas.

científicos y matemáticos pueden ser aprendidos, respectivamente, de forma conjunta si se parte de una práctica real que represente algún proceso o idea biológica y ésta se logre asociar con los argumentos que la modelación matemática mantiene.

Palabras clave: modelo Logístico | modelo Gompertz | conocimiento científico | conocimiento matemático | parámetros | práctica real | crecimiento

---

Abstract.

This paper, whose main objective is to show that mathematical modeling, is an alternative link between the scientific and mathematical knowledge. To achieve this, we use elementary considerations (graphical, numerical and symbolic) on two models used in the study of growth situations: logistic and Gompertz, respectively, using a real data set that record the size of a copy of anglerfish (*Lophius budegassa*) this in order that the entire biological community area - agriculture - fishing, when considering situations involving growth, either population or of a quality of a specific organism, know which model selection using the correct interpretation analyzing the situation.

As background information, the authors present an analysis of the parameters involving each of the models, the initial population (P_o), the saturation limit or load (k) and the instantaneous growth rate (r).

We conclude that to achieve teaching, together scientific and mathematical and biological areas - agriculture - fishing, you can use mathematical modeling, where real situations and the proper analysis of these play an important role. For this reason, it is considered that the science and math can be learned, respectively, together if we start from a real practice represents a biological process or idea and this is achieved the arguments associated with mathematical modeling remains.

Key words: logistic model | Gompertz model | scientific knowledge | knowledge of mathematics | Parameters | real practice | growth.

Introducción.

Entender los procesos biológicos implica, en ocasiones, una tarea complicada pues aunque se hace uso de medios matemáticos éstos (procesos o ideas) no llegan a ser reflejados e interpretados de forma correcta, en su totalidad, marcando claramente una división entre el conocimiento científico y el matemático. En gran parte esto se ha debido a que se carece, en su mayoría, del estudio de situaciones concretas y se ha limitado únicamente a la manipulación de situaciones abstractas o imaginarias. Sin embargo, poco a poco, esta distancia se ha acortado con la utilización de la modelación matemática con lo que se ha logrado traducir los procesos o ideas biológicas y al mismo tiempo transmitir la matemática a través de situaciones concretas, en este caso biológicas, [*véase* (Ulloa y Rodríguez, 2008)] y no bajo ambientes abstractos o imaginarios que han predominado, en buena parte, en los círculos de estudio.

Ello ha originado que, la modelación matemática se haya convertido, desde hace unos años, en un ejercicio cotidiano en las áreas biológico – agropecuaria – pesquera, tanto para los futuros profesionistas como para los que ya laboran en campo. Esto, con la finalidad de adaptar un fenómeno a un modelo representativo, poder hacer estimaciones, predicciones y en consecuencia posibles mejoras en la actividad desarrollada. Aunque en dicha área se pueden aplicar una gran cantidad de modelos; sin importar lo simple o sofisticados que estos sean, con respecto al crecimiento de poblaciones dos son los más emblemáticos: *modelo Logístico* y *el modelo Gompertz*, que aunque parecen ser idénticos presentan ciertas diferencias tanto teóricas como gráficas.

Tanto *el Logístico* como *el Gompertz*, pertenecen a la familia de modelos que se refieren a un crecimiento poblacional donde el modelo exponencial es el punto de partida. Éste último muestra el crecimiento de una población bajo un aumento en una constante porcentual en función del tiempo y en condiciones ideales, pero para condiciones reales (concretas) esto no puede mantenerse de forma indefinida, es decir, es imposible que exista un crecimiento exponencial infinito. Lo anterior, pues, se debe a que tarde o temprano el crecimiento de una población se ve afectado por factores que limitan su crecimiento, llevándola a una estabilidad en un futuro inmediato. Éste equilibrio que se da por la interacción entre la producción[2] y las pérdidas[3] generadas

[2] Llamaremos “producción” a los factores de ganancia (natalidad, inmigración, beneficios de estructura anatómica) que tiene un organismo o población para su crecimiento.

por los mismos miembros de la población hacen pasar de un crecimiento exponencial a uno de tipo Logístico donde se incluye al Gompertz.

Gráficamente, todo crecimiento poblacional se describe, en primera instancia, bajo una función exponencial hasta llegar a un punto donde factores internos y externos afectan el crecimiento provocando en el gráfico un punto de inflexión y posteriormente haciendo el crecimiento más lento hasta llegar a una estabilidad. Es decir, el crecimiento poblacional queda representado por una combinación de un gráfico de una curva exponencial (modelo exponencial) y una curva sigmoidea o en forma de S (modelo Logístico y Gompertz, respectivamente).

Con base en lo anterior, puede afirmarse que este tipo de modelos pueden ser utilizados perfectamente para estudiar:

- El crecimiento poblacional en un ambiente con recursos limitado.
- El crecimiento de la talla o peso de un organismo.
- El número de bacterias en una caja de petri.
- La población de animales en una isla.
- Tiempo de respuesta a medicamentos en pacientes.
- Ventas de un producto donde el total de venta tiene límite.

Desarrollo.

La interpretación y simbología de modelos matemáticos es variada; unos parten de un lenguaje poco común, mientras que, otros muestran de forma más simple y entendible los símbolos empleados. Ambos grupos registran una naturaleza propia del modelo. En este trabajo, nos ocuparemos de la última clasificación (*Tabla 1*); para el modelo Logístico emplearemos (ecuación 1) y para el modelo de Gompertz (ecuación 2).

[3] Llamaremos “pérdidas” a los factores (mortalidad, emigración, espacio, energía) que afectan el crecimiento de un organismo o población.

Ecuación1. Modelo Logístico (Verhulst – Pearl)	Ecuación 2. Modelo Gompertz
$P(t) = \dfrac{k \cdot P_o \cdot e^{rt}}{k + P_o(e^{rt} - 1)}$	$P(t) = k \cdot e^{-\ln\left(\frac{k}{P_o}\right) \cdot e^{-rt}}$

Tabla 1. Modelo Logístico y Gompertz.

Descripción de los parámetros.

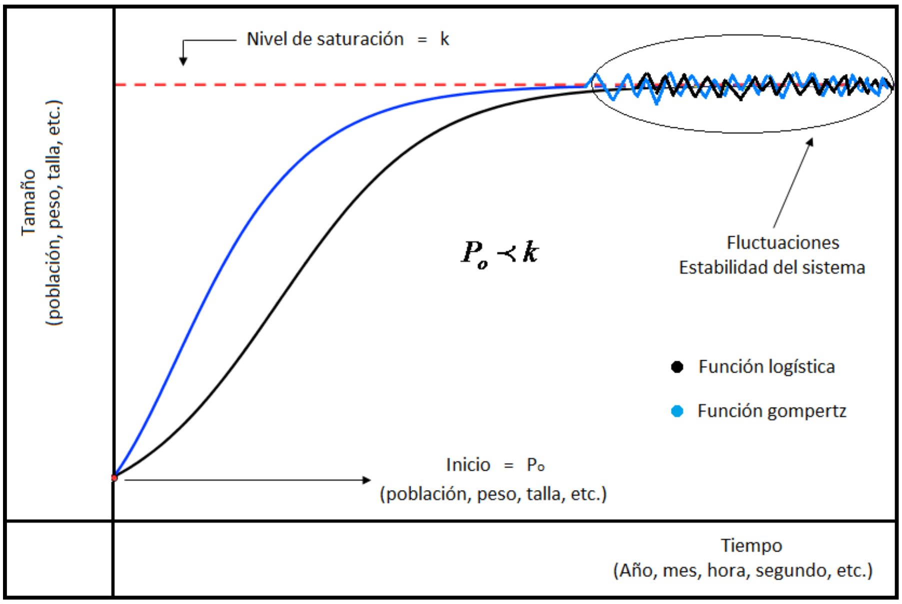
Elementos $P(t)$, e y t.

$P(t)$ indica la población, peso, talla o cualquier cualidad de crecimiento que existe en un tiempo "t" determinado. Esto es, la población, peso, talla, etc. se encuentra en función del tiempo. Por su parte, el elemento "e" representa la base del logaritmo natural cuyo valor es constante y aproximado a 2.7183.

Valores P_o y k.

Cuando hablamos de un crecimiento, nos referimos al desarrollo o aumento que manifiesta un organismo, situación o fenómeno, de manera general. Por lo que es un concepto que se encuentra presente en diferentes campos tales como la biología, demografía, economía, humanismo, ginecología, etc. Sin importar el campo donde se establezca un crecimiento, siempre se tendrá un dato inicial (población, peso, talla, etc.) menor a cualquier otro dato de crecimiento y diferente de cero pues de no haberlo sería un tanto ilógico que existiera un crecimiento. A este elemento de partida, es lo que llamamos P_o.

Por otro lado, y como una cara opuesta, toda situación de crecimiento presenta un límite provocado por el espacio o condiciones desfavorables



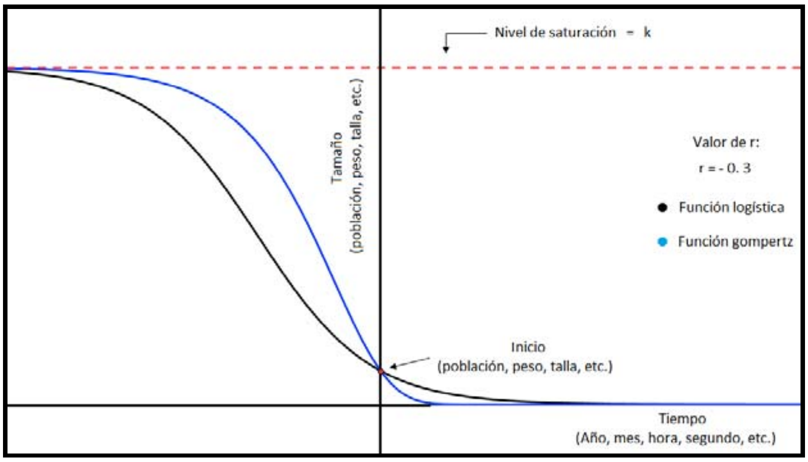
(por ejemplo, pérdidas) donde se esté desarrollando el crecimiento, mismo que de no ser claro en el fenómeno éste puede ser obtenido como promedio de las fluctuaciones (arriba y debajo de los niveles) de estabilidad que vaya tomando el fenómeno (Odum y Sarmiento, 1998). A esta limitante se le conoce como nivel de saturación o capacidad de carga y se simboliza como k. *Véase la ilustración.*

Los valores P_o y k son fundamentales para la obtención de un modelo matemático de una situación que manifieste un crecimiento, y más aun para el comportamiento gráfico dado que se tiene que tener bien ubicado el posible punto de partida y de límite, respectivamente. Esto marca mucho para la buena interpretación de un fenómeno pues la P_o nunca podrá ser igual al valor limitante k, ni tampoco el valor P_o podrá ser mayor a la limitante k. En caso contrario, no estaríamos hablando, entonces, de un crecimiento.

Valor "r".

Ya se mencionó que, tanto el modelo Logístico como el de Gompertz, se veían generados, respectivamente, por la interacción que existe entre los factores que provocan la producción de un crecimiento y las pérdidas que limitan el mismo. Provocando, entonces, que la tasa instantánea de crecimiento, a diferencia de un modelo exponencial, no sea constante. Esta tasa instantánea de crecimiento es lo que llamamos parámetro "r".

A continuación analizaremos (*véase tabla 2*) el parámetro "r" de manera gráfica y daremos la posible interpretación de una situación, para ello dejaremos los parámetros "P_o" y "k" con valores iguales en ambos modelos.

Simulación gráfica.	**Interpretación del parámetro "r"**
	**Gráfico.** Cuando se establece una tasa instantánea de crecimiento negativa, las gráficas, Logístico y Gompertz, respectivamente, se invierten. La función Gompertz decrece rápidamente, mientras que, la logística lo hace de una forma lenta. Ambas funciones tienden a un crecimiento nulo para un tiempo infinito. **Interpretación.** Cuando la "supuesta" tasa de crecimiento es negativa, no existe un crecimiento como tal, pues las pérdidas sobrepasan las ganancias de producción.

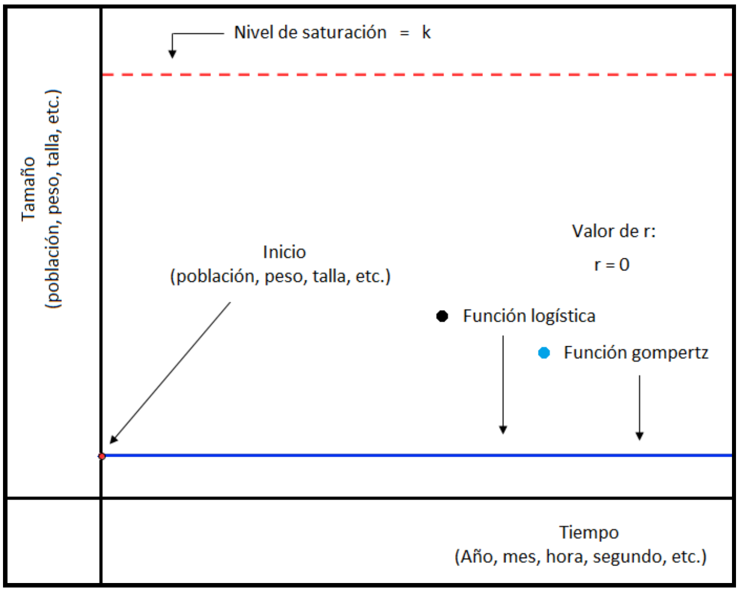
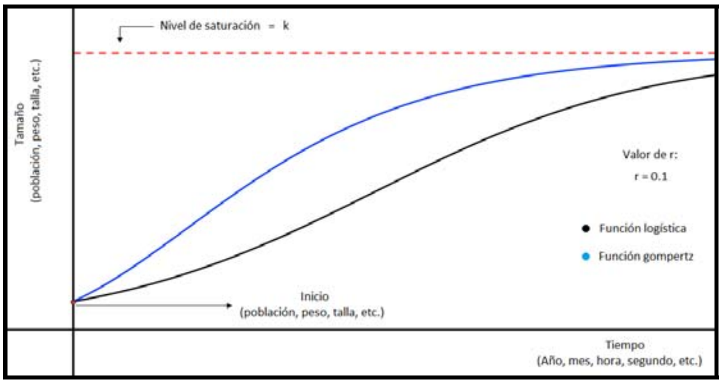
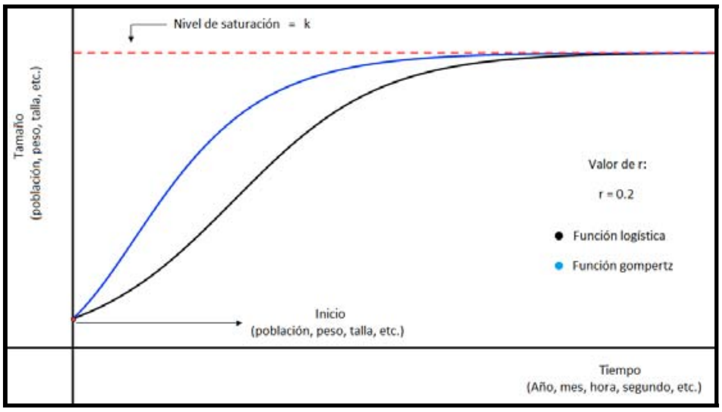


Gráfico. Si el valor de "r" es igual a cero, la función logística y Gompertz, respectivamente, generan en el gráfico una recta constante expresada por medio de $P(t) = P_o$.

Interpretación. Si en una situación se presenta una tasa instantánea de crecimiento con un valor igual a cero, se está indicando que las ganancias tienen un mismo valor que las pérdidas, por lo que la situación de crecimiento se encuentra en fase de equilibrio.





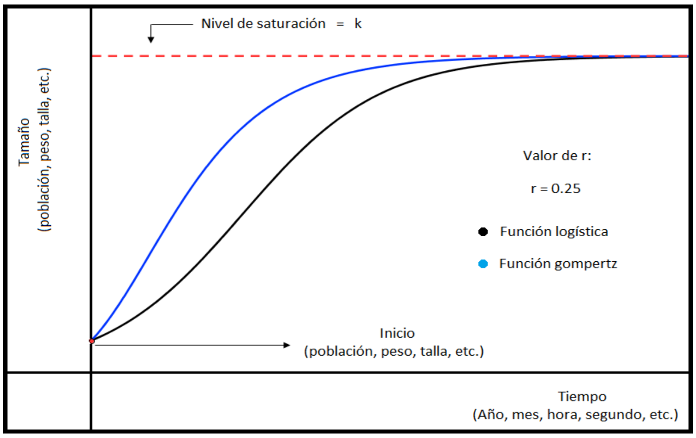
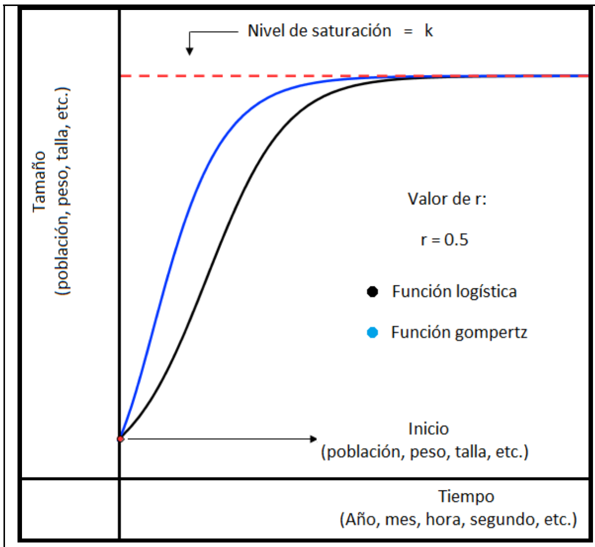
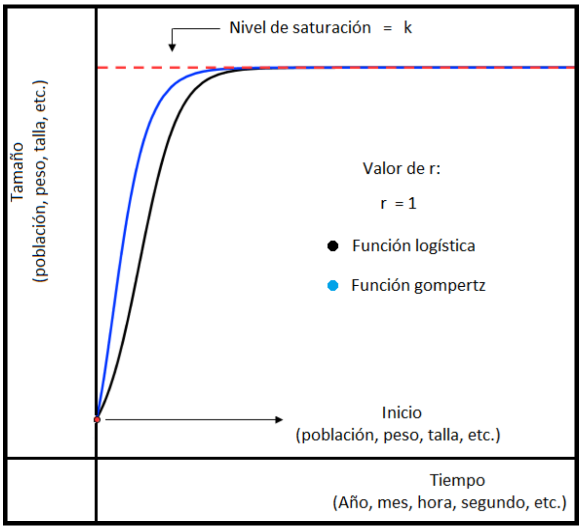


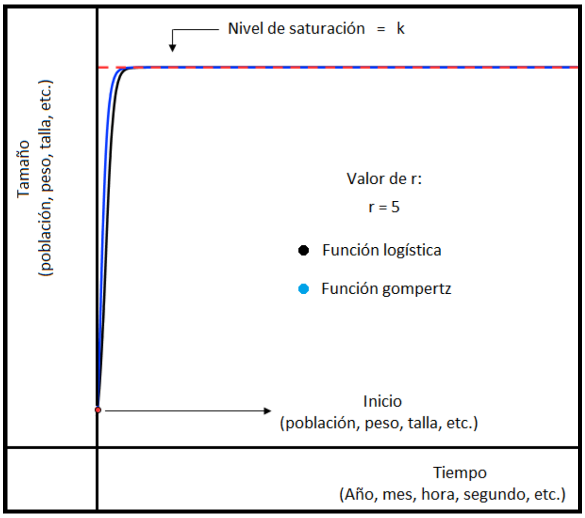
Gráfico. Cuando los valores de "r" son mayores a cero, las gráficas se desarrollan de buena forma, y expresan un crecimiento rápido que alcanza su punto de inflexión e inmediatamente inicia un crecimiento más lento hasta encontrar un equilibrio; esto es, conforme el tiempo tiende a infinito, las gráficas tienden a un límite expresado como "k".

Se logra observar que, cuando se trata de valores mayores que cero, la función de Gompertz, en todo momento, crece más rápido que la logística. Así pues, conforme aumentan los valores de "r", las gráficas de ambas funciones, Gompertz y logística, se van acercando al eje "y" (tamaño) volviéndose cada vez más verticales.

Interpretación. Cuando los valores de la tasa instantánea de crecimiento son positivos, decimos que se trata de una situación que se está desarrollando con







todos sus elementos (ganancias, pérdidas) presentes. Conforme aumenta la tasa, el crecimiento se desarrolla de forma más rápida. Es decir, si los valores son pequeños como 0.1 ó 0.2, el crecimiento es lento pero si los valores aumentan, como 0.3, 0.5, 5, 10, 50 hablamos de una situación que está teniendo un crecimiento rápido y que por tal las pérdidas no están afectando en su desarrollo.

Resumiendo, en toda situación donde la tasa instantánea de crecimiento sea mayor a cero, se viven tres momentos:

- Antes del punto de inflexión; los factores de producción son mayores que las pérdidas.
- Después del punto de inflexión; los factores de producción son menores que las pérdidas que se tienen.
- Al final del crecimiento; se vive una estabilidad de

	equilibrio entre la producción y las pérdidas.

Tabla 2. Interpretación gráfica y teórica del parámetro "r".

Ejemplo: de lo real a lo modelado.

Los datos[4] que se presentan en la tabla siguiente representan la talla media (cm) por edad (años) obtenida de lecturas directas de edad realizadas con ejemplares del stock[5] de rape (*lophius budegassa*).

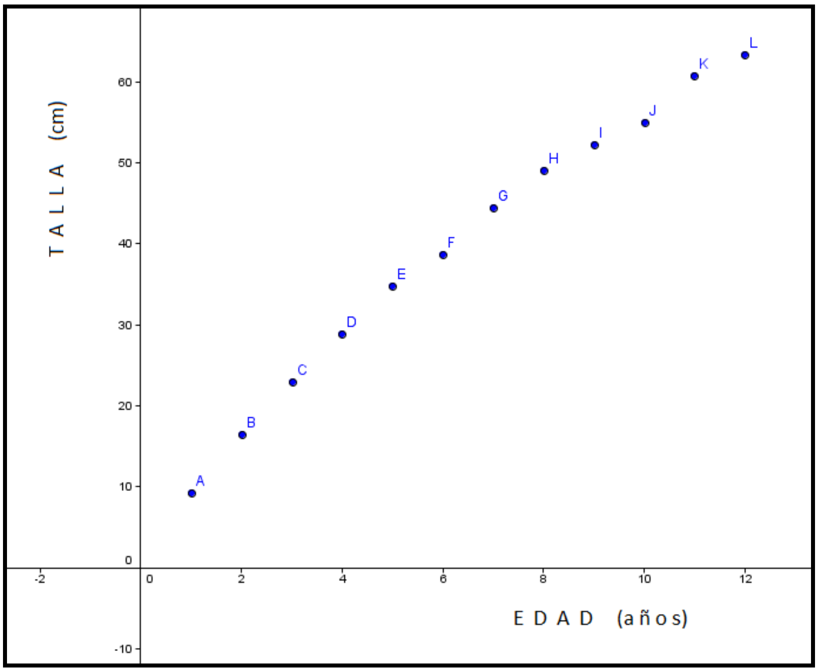
Edad (años)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Talla (cm)	9.2	16.5	22.9	28.8	34.7	38.6	44.4	49.0	52.3	55.0	60.8	63.4

[4] Tomados del Manual de evaluación de recursos pesqueros (Cadima, 2003).
[5] Conjunto de supervivientes de los cohortes de un recurso pesquero, en un cierto instante o período de tiempo. Puede referirse a la biomasa o al número de individuos.

Solución.

Al partir de una situación concreta, el crecimiento de la talla de un organismo, ésta puede representarse e interpretarse por medio de un modelo matemático. Para su obtención, proponemos los siguientes cinco puntos:

1. <u>Distribución de datos.</u> Se grafican los datos capturados u obtenidos de una situación concreta con la finalidad de visualizar su distribución. En este caso, graficamos los datos de nuestra situación aunque sabemos, por el texto del mismo, que se trata un crecimiento de un rape.



2. Selección de modelo. Una vez que detectamos el tipo de distribución que presentan los datos, asignamos el modelo que mejor pueda representarlos de acuerdo a su naturaleza. En nuestra situación, sabemos que se trata de un crecimiento y para ello trabajaremos con dos modelos: Logístico y Gompertz. Para una mejor visualización, consideraremos los mismos datos para ambos modelos.

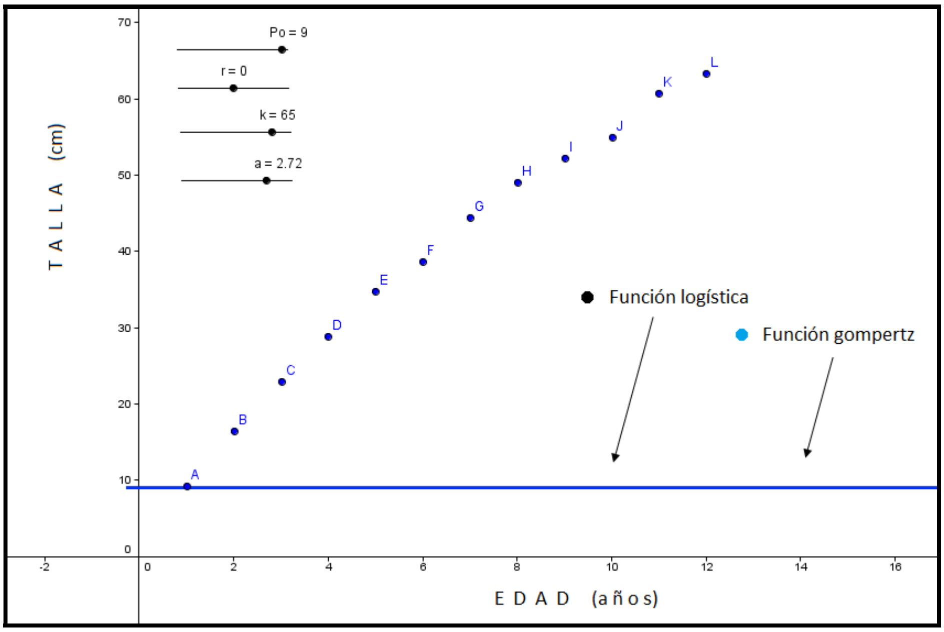
P_o = 9 cm	Se considerara con ese valor por ser el entero inferior inmediato que se encuentra en el primer dato que poseemos. Sin embargo, este valor

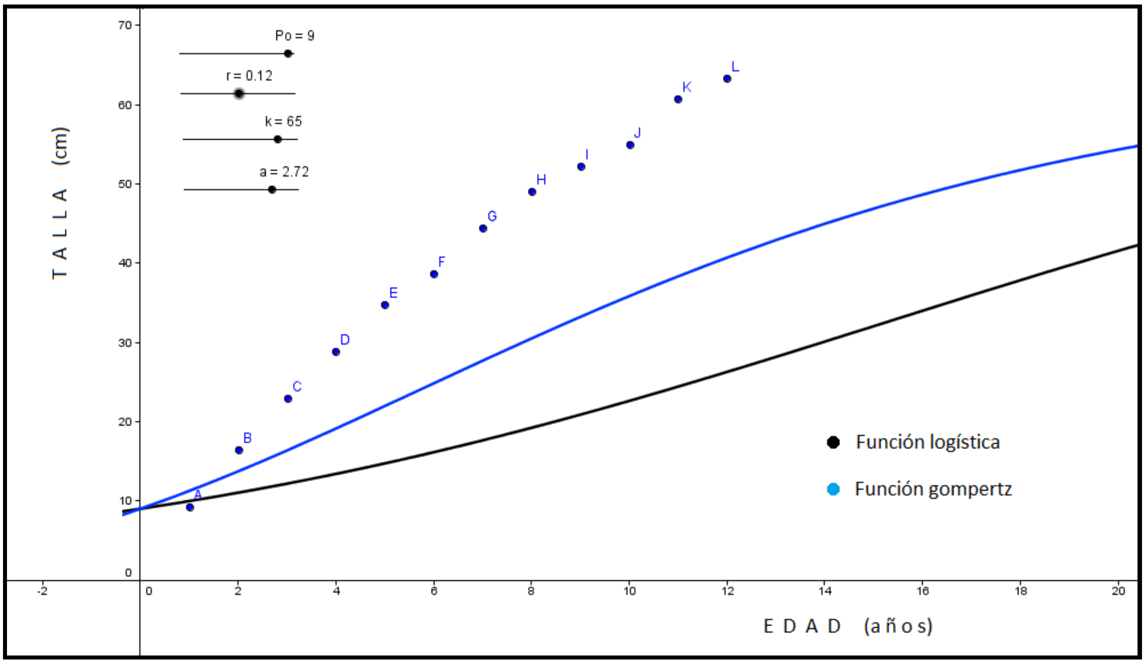
puede ser más pequeño porque no contamos con una talla en la edad de cero años.

k = 65 cm — Se considerara con ese valor debido a que se puede observar en la tabla que el crecimiento al final de los datos capturados va siendo pausado. Sin embargo, puede ser un poco más grande u oscilando al último dato.

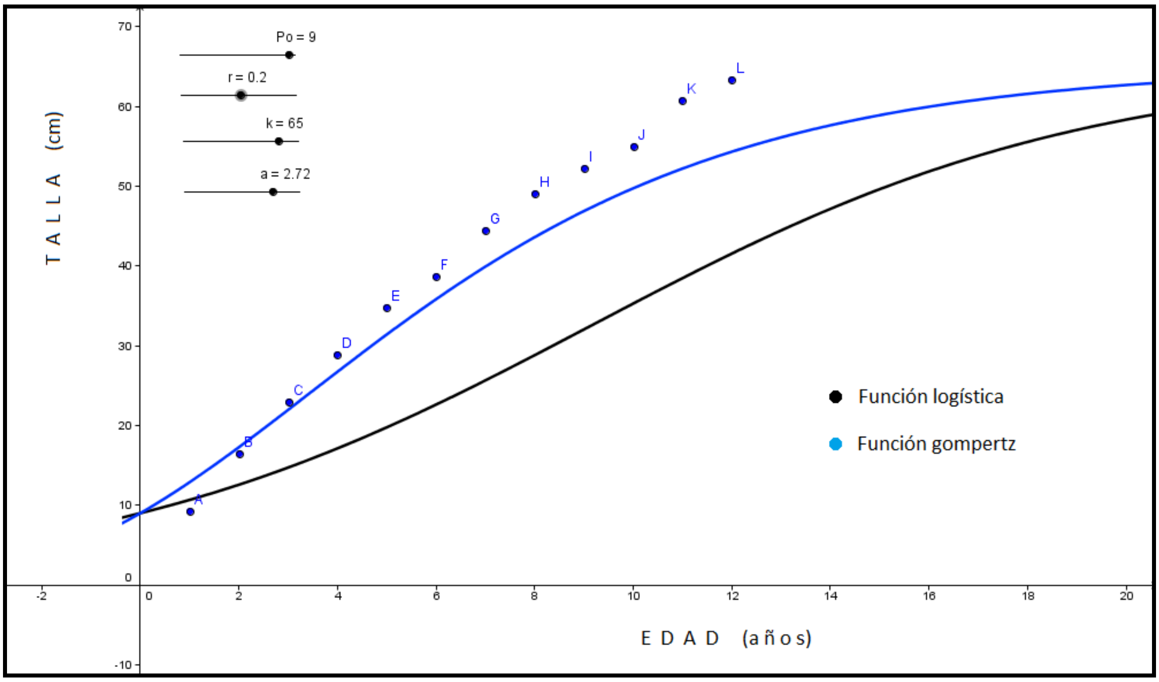
r = ¿? — Como no sabemos más información respecto del crecimiento de rape. Éste valor lo tendremos que capturar, haciendo variar el parámetro hasta encontrar el acertado, que mejor se adapte a la situación. Para esto, podemos hacer uso de algún graficador.

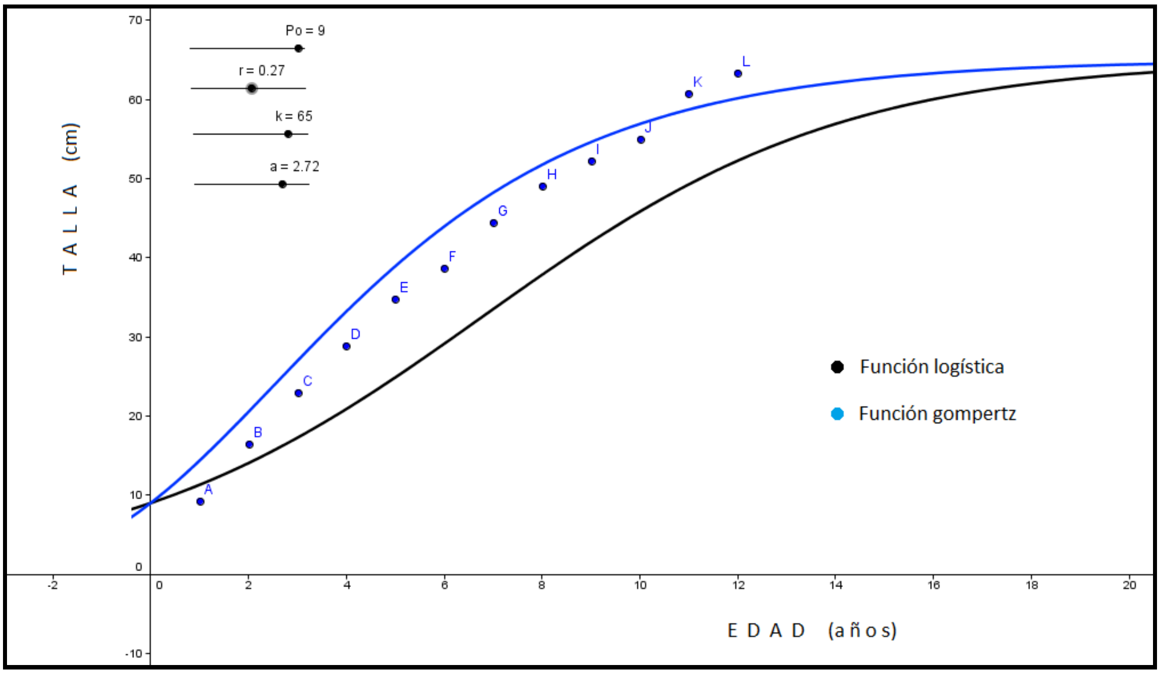
En base a lo anterior, lo único que nos hace falta descubrir es el valor de la tasa instantánea de crecimiento. Aunque cabe señalar que los otros valores; P_o y k, pueden variar ligeramente hasta encontrar el modelo que represente en su mayoría o totalidad a los datos.

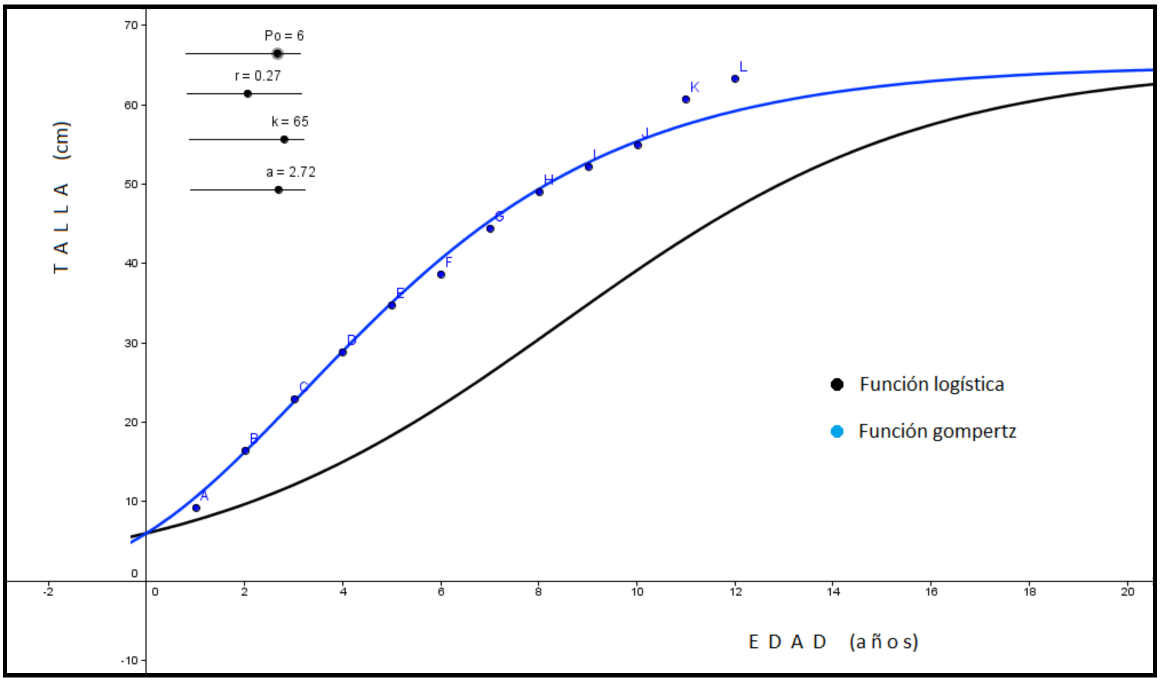




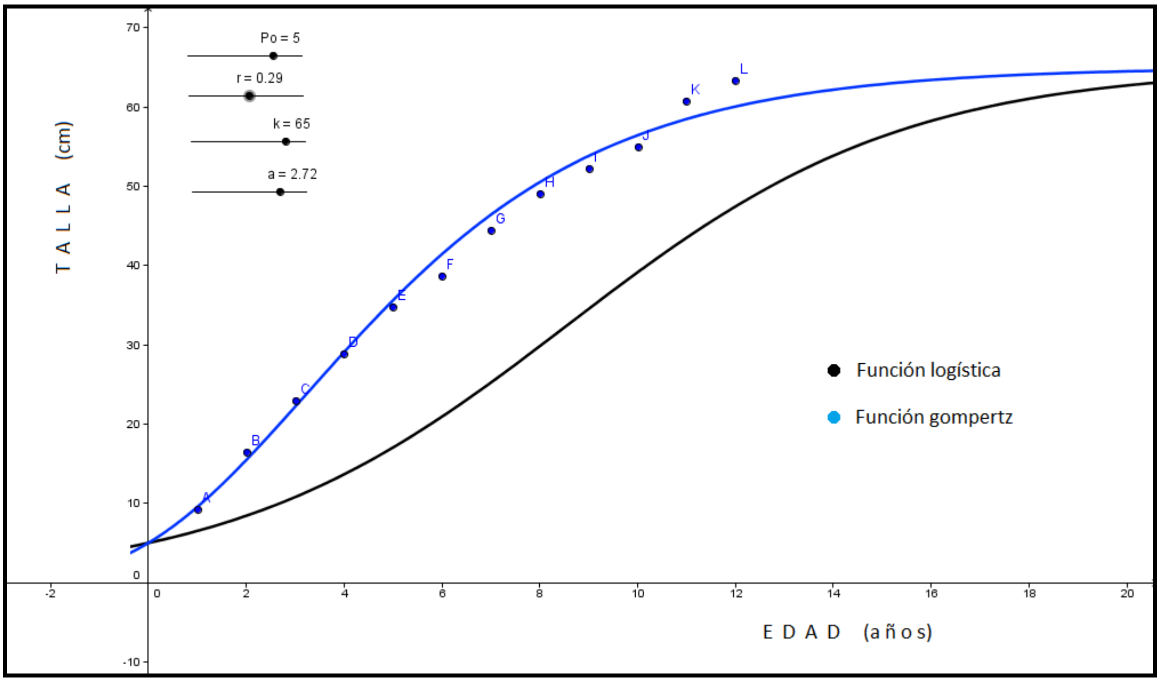
3. Variación de parámetros. Después de asignar los parámetros presentes en el modelo, comienza la variación de los mismos, hasta encontrar los que mejor ajusten el gráfico a los datos. Para nuestra situación, el parámetro principal a variar es "r", aunque como ya se había mencionado, lo parámetros P_o y k también pueden ser variados.




Po = 9
r = 0.27
k = 65
a = 2.72
T A L L A (cm)
E D A D (a ñ o s)
Función logística
Función gompertz


Po = 6
r = 0.27
k = 65
a = 2.72
T A L L A (cm)
E D A D (a ñ o s)
Función logística
Función gompertz

4. Análisis de lo gráfico y la formulación del modelo. Después de realizar el manipuleo de los parámetros y haber encontrado el gráfico que mejor ajuste los datos, se formula el modelo generado. Para nuestra situación, estamos trabajando con dos modelos y podemos observar que la función Gompertz es la que mejor se ajusta a los datos de la situación, tomando en cuenta los mismos valores y las condiciones gráficas de los parámetros (P_o y k) para ambos.



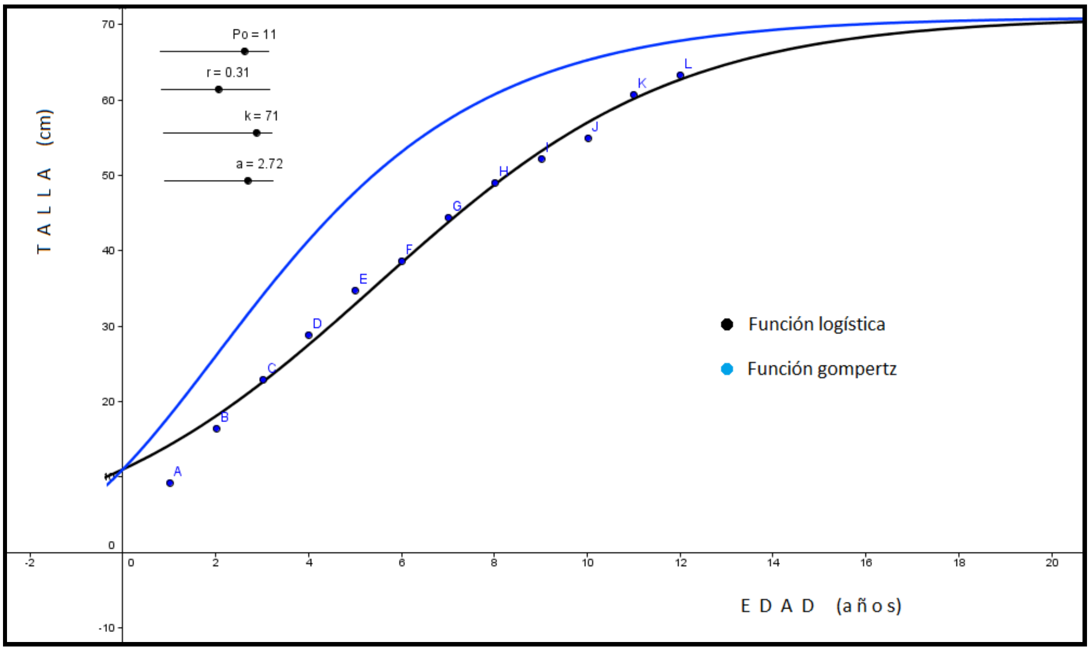
La formulación de los modelos, establecida para las mismas condiciones (P_o y k, iguales), queda representada en la *tabla 3*.

Modelo	**Formulación simbólica**	**Análisis de lo gráfico.**
Logístico **(Verhulst – Pearl)**	$$P(t) = \frac{325 \cdot e^{0.29t}}{65 + 5(e^{0.29t} - 1)}$$	La función gráfica queda muy por debajo de los datos de nuestra situación de crecimiento. Por tal, en lo gráfico <u>se descarta como alternativa de modelo.</u>

Gompertz	$P(t) = 65 \cdot e^{-\ln(13) \cdot e^{-0.29t}}$	La función gráfica se adapta, de manera general, a los datos de nuestra situación. Por tal, en lo gráfico, se toma como alternativa de modelo.

Tabla 3. Formulación de modelos y su análisis gráfico.

Ahora bien, qué pasaría si siguiéramos variando los parámetros hasta encontrar un modelo Logístico[6] que mejor se ajustará a los datos. Al hacer este ejercicio, nos encontramos con el gráfico siguiente:



Por tal motivo, nuestro modelo Logístico (2) que mejor ajusta los datos y que puede ser alternativa de modelo para nuestra situación de crecimiento es el siguiente:

$$P(t) = \frac{781 \cdot e^{0.31t}}{71 + 11(e^{0.31t} - 1)}$$

[6] A este nuevo modelo Logístico que se encuentre, le llamaremos modelo Logístico (2).

5. Análisis de lo numérico y toma de decisión. Una vez que hayamos formulado(s) nuestro(s) modelo(s) gracias a los valores de los parámetros obtenidos, como último paso viene el análisis e interpretación de los datos que arroja (n). Para nuestra situación, evaluaremos los modelos Logístico y Gompertz, respectivamente, que se obtuvieron en un primer momento y el modelo Logístico (2) que mejor se adaptó a los datos, y decidiremos el modelo que nos interesa de acuerdo a nuestra situación de crecimiento (crecimiento de rape). *Véase tabla 4.*

Datos de la situación concreta.		**Talla de modelos bajo las condiciones que P_o y k restringen.** (P_o = 5 cm y k = 65 cm)		**Talla de modelo Logístico que mejor se adaptó.** (P_o = 11 cm y k = 71 cm)
Edad (años)	**Talla (cm)**	**Modelo Logístico (1)**	**Modelo Gompertz**	**Modelo Logístico (2)**
1	**9.2**	**6.5146**	**9.528**	**14.200**
2	**16.5**	**8.423**	**15.454**	**18.051**
3	**22.9**	**10.788**	**22.191**	**22.533**
4	**28.8**	**13.658**	**29.089**	**27.549**
5	**34.7**	**17.050**	**35.619**	**32.922**
6	**38.6**	**20.941**	**41.446**	**38.417**
7	**44.4**	**25.252**	**46.420**	**43.774**
8	**49.0**	**29.849**	**50.528**	**48.761**
9	**52.3**	**34.556**	**53.837**	**53.206**
10	**55.0**	**39.178**	**56.453**	**57.017**
11	**60.8**	**43.534**	**58.494**	**60.177**
12	**63.4**	**47.484**	**60.068**	**62.727**
Análisis numérico		Los valores no se aproximan. Por tal motivo, se descarta como alternativa de modelo.	Los valores se aproximan. Por tal motivo, es una alternativa de modelo.	Los valores se aproximan. Por tal motivo, es una alternativa de modelo.

Tabla 4. Evaluación y análisis numérico de modelos.

De acuerdo con el análisis numérico, los modelos que son alternativa como modelo que represente los datos son el modelo Gompertz y el modelo Logístico (2). De lo cual, es evidente ver que el modelo Logístico

(2) es quien arroja datos más cercanos a los reales, éste puede ser seleccionado sólo para uso teórico, aunque sólo estaríamos aprendiendo lo matemático y no el proceso e ideas biológicas, por lo que si analizamos de fondo nuestra situación, nos encontramos con que el modelo Logístico posee una P_o mayor que el primer dato de nuestro conjunto. Es decir, sería ilógico creer que un organismo rape tiene mayor talla a los cero años que la que tiene al año. Entonces entendiendo de fondo el proceso e ideas biológicas y éstas asociándolas con los procesos matemáticos, nos encontramos que el modelo que mejor se adapta a nuestra situación es, sin duda, el modelo de Gompertz:

$$P(t) = 65 \cdot e^{-\ln(13) \cdot e^{-0.29t}}$$

Recapitulando, la interpretación y las razones por las que se ha seleccionado el modelo de Gompertz son las siguientes:

- El parámetro k = 65 cm. Este valor indica que la talla máxima (o límite) de un organismo rape oscila en los 65 cm, poco más poco menos. Este valor es aceptable pues, para nuestra situación, el último dato de nuestro registro demanda una talla de 65.4 cm.

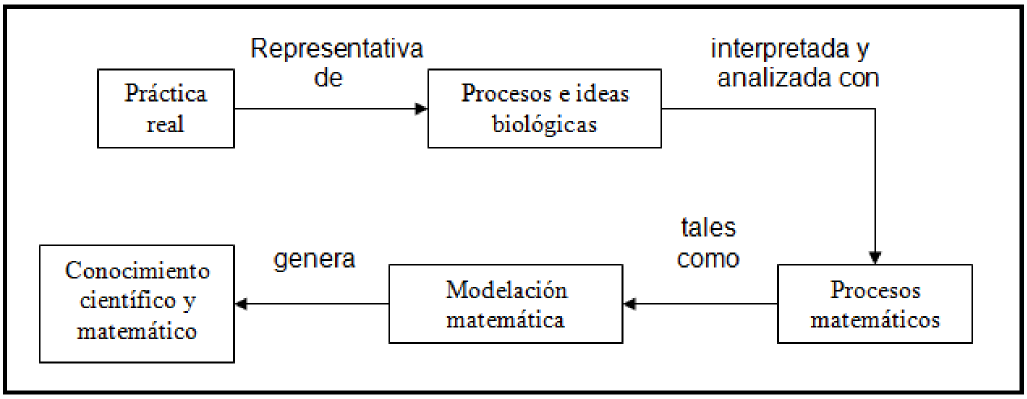
- El parámetro P_o = 5 cm. Implica que la talla inicial (al nacer) de un organismo rape oscila en los 5 cm, poco más poco menos. De acuerdo con los datos de nuestra situación, este valor es excelente pues la talla que se tiene en el primer año es de 9.2 cm; es decir, la talla inicial (P_o = 5 cm) es menor que la registrada en el primer año y por ende en años posteriores.

- El parámetro r = 0.29. Al ser un valor positivo, indica un desarrollo de crecimiento de rape bueno. Dado el valor, y de acuerdo a nuestra situación, el organismo rape presenta más factores de producción (ganancia) que de pérdidas en el desarrollo de su crecimiento.

Conclusión.

Concluimos que, aunque los datos teóricos de un modelo se acerquen demasiado a los reales de la situación, eso no es un indicador como para considerarlo modelo de la situación. Pues, al menos para un crecimiento debe considerarse que un valor inicial (P_o) deberá ser menor que cualquier dato del fenómeno y que el limite de carga no puede ser tan grande ni tan pequeño que los últimos datos capturados del fenómeno.

Así pues, consideramos que, para lograr enseñar, conjuntamente, los conocimientos científicos y matemáticos en áreas como biológico – agropecuaria – pesqueras, se puede recurrir a la modelación matemática, donde situaciones reales y el buen análisis de las mismas juegan un papel importante. Por tal motivo, consideramos que la unión entre un conocimiento científico y matemático puede ser llevada a cabo con el proceso que proponemos en el *esquema 1*.



Esquema 1. Proceso que une el conocimiento científico y matemático.

Por lo anterior, sostenemos que los conocimientos científicos y matemáticos pueden ser aprendidos, respectivamente, de forma conjunta si se parte de una práctica real que represente algún proceso o idea biológica y ésta se logre asociar con los argumentos que la modelación matemática mantiene.

Bibliografía consultada y recomendada.

- Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

- Cadima, E. (2003). Manual de evaluación de recursos pesqueros. FAO documento técnico de pesca. No. 393. Roma, FAO.

- Odum, E. y Sarmiento, F. (1998). Ecología. El puente entre ciencia y sociedad. Pág. 169. México. Editorial Mc Graw – Hill Interamericana.

- Rodríguez, J. (2008). Una propuesta didáctica para el estudio de un modelo Logístico. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Nayarit. Tepic. Nay.

- Ulloa, J. y Rodríguez, J. El modelo Logístico: Una alternativa para el estudio del crecimiento poblacional de organismos. Revista Electrónica de Veterinaria REDVET®. España Veterinaria.org ® - Comunidad Virtual Veterinaria.org ® - Veterinaria Organización S.L.® [citado 05 mayo 2012]. Mensual. Disponible en: <http://www.veterinaria.org/revistas/redvet>. ISSN 1695-7504.

- Wallace, R., King, J. & Sanders, G. (1992). Conducta y ecología. La ciencia de la vida. Pág. 133. México. Editorial Trillas.

REDVET: 2013, Vol. 14 Nº 2

Recibido 21.09.2012 / Ref. prov. OCT1231_REDVET / Aceptado 28.12.2012
Ref. def. 021316_REDVET / Publicado: 01.01.2013

Este artículo está disponible en http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020213.html
concretamente en http://www.veterinaria.org/revistas/redvet/n020213/021316.pdf

REDVET® Revista Electrónica de Veterinaria está editada por Veterinaria Organización®.