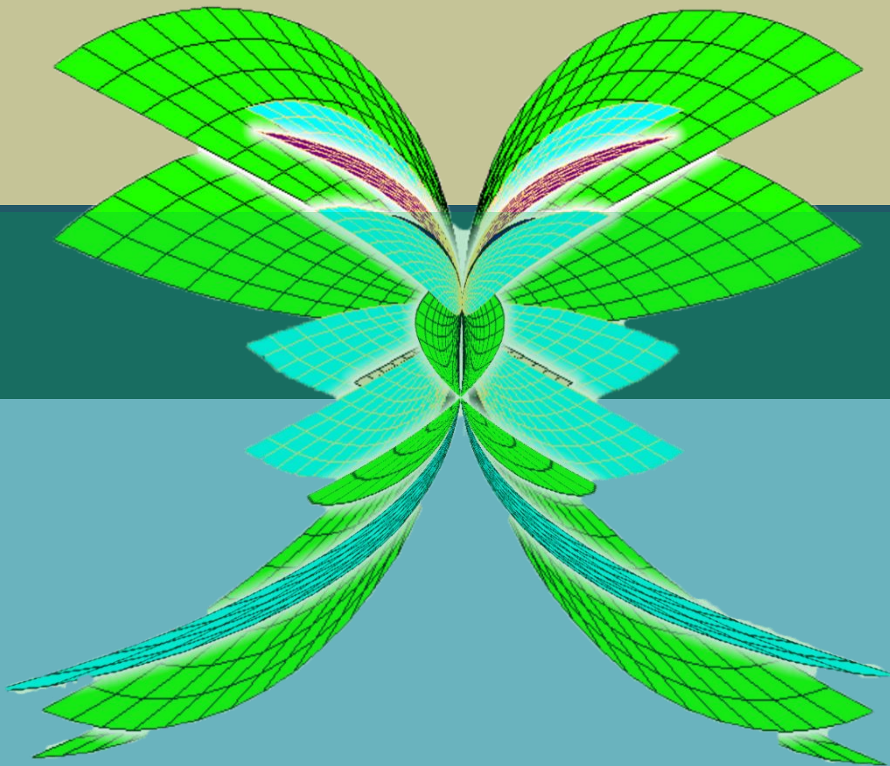
Colección "45 años de Vida Universitaria"



Graficación de funciones en Winplot

MENDOZA-REYES, Saydah Margarita
CASTILLO-MÁRQUEZ, Dalia Imelda
CASILLAS-ALCALÁ, María Teresa
CORTEZ-GODINEZ, Romy Adriana

ECORFAN®

ECORFAN-México

Graficación de funciones en Winplot

Autores

MENDOZA-REYES, Saydah Margarita
CASTILLO-MÁRQUEZ, Dalia Imelda
CASILLAS-ALCALÁ, María Teresa
CORTEZ-GODINEZ, Romy Adriana

Diseñador de Edición
ESPINOZA-GÓMEZ, Luis, MsC.

Producción Tipográfica
TREJO-RAMOS, Iván, BsC.

Producción WEB
ESCAMILLA-BOUCHAN, Imelda, MsC.

Producción Digital
LUNA-SOTO, Vladimir, MsC.

Editor en Jefe
OLIVES-MALDONADO, Juan Carlos, MsC.

ISBN 978-607-8324-55-2

Ciudad de la Cultura Amado Nervo Boulevard Tepic- Xalisco S/N C.P. 63190 Tepic, Nayarit, México

Proyecto realizado con financiamiento del Fondo para elevar la Calidad de la Educación Superior (FECES) de la Secretaría de Educación Pública y se obtuvieron en el concurso 2014.

Presentación

En los últimos años, la Universidad Autónoma de Nayarit ha realizado una serie de esfuerzos para apoyar la producción y divulgación académica, las y los académicos universitarios han sido convocados por diversos medios para generar publicaciones que contribuyan a fortalecer su perfil profesional, a mejorar sus prácticas formativas, y por ende a la formación integral de los estudiantes.

En esta colección "45 años de Vida Universitaria" se integre por un conjunto de materiales educativos que pretenden contribuir a la formación de los estudiantes, en esta primera entrega se presentan 13 materiales, entre guías de aprendizaje, manuales técnicos y libros de texto.

Se agradece la participación de las y los académicos que hicieron posible materializar este esfuerzo, además porque se convirtió en un proyecto con buenas intenciones a una práctica que fomentará el desarrollo académico. A finales de esta administración contar con evidencias del trabajo que se ha desarrollado al interior de las academias da muestra de la actividad conjunta entre académicos y administración, así como de los esfuerzos para que dentro la institución prevalezca un clima de trabajo académico abierto, inclusivo y respetuoso están dando resultados.
Es preciso mencionar que los recursos para apoyar este conjunto de publicaciones son provenientes del Fondo para Elevar la Calidad de la Educación Superior (FECES) de la Secretaría de Educación Pública y se obtuvieron en el concurso 2014.

Los materiales se encontrarán en formato digital e impreso, para acceso a toda la comunidad universitaria y todas aquellas personas externas interesadas en la producción académica de nuestra institución. No me resta más que invitar a la comunidad universitaria a continuar con los esfuerzos de producción y divulgación académica y ser punta de lanza en el estado en la generación de publicaciones indexadas.

LÓPEZ-SALAZAR, Juan, BsC.
Rector Universidad Autónoma de Nayarit

Prólogo

“Hoy las escuelas latinoamericanas tienen que vérselas con sujetos nuevos, saberes nuevos, condiciones nuevas. Habrá que imaginar una escuela que dibuje otros contornos y otros horizontes, con la voluntad de sostener una institución que ponga en relación con saberes sistemáticos, que ayuden a habilitar otros futuros, que nos conecte con otros pasados y otros mundos, pero también con la apertura para inventar, para apropiarse, para enriquecer un espacio que, si no se renueva, si persiste en su vieja gramática, parece destinado a convertirse en ruinas, o en lugar de pasaje que no deja huellas”

Inés Dussel (2009)

Muchas de las actividades que realizamos a diario son producto de un conjunto de creencias, conocimientos, actitudes, experiencias, entre otros, que hemos interiorizado con anterioridad y que determinan en gran medida nuestra forma de actuar y pensar en el mundo. En este horizonte de posibilidades muchas de las respuestas que damos acertadamente o las variadas estrategias que utilizamos para resolver correctamente un problema son exteriorizadas sin darnos cuenta de la complejidad de procesos que tuvimos que pasar para realizarlas.

Es preciso reconocer la existencia de un bagaje cultural interno que provoca que conozcamos y actuemos de forma literal. Si nuestro conocimiento se representará por un iceberg, la parte externa sería el conocimiento explicito, es decir, el que exteriorizamos y que nos atrevemos a discutir, mientras que la parte sumergida representaría el conocimiento tácito que no conocemos explícitamente y que por tanto no podemos discutir.

Resulta complejo pensar en el conocimiento tácito, ya que no somos conscientes de él y por ello podemos utilizarlo a nuestra voluntad. Esta situación se presenta de manera individual como en conjunto; diferentes colectivos y organizaciones poseen conocimiento del cual no son conscientes y entonces no pueden disponerlo como un activo que contribuya a mejorar su actividad cotidiana.

Bajo esta perspectiva, el conocimiento que una organización posee hace referencia al conjunto de expectativas, creencias, información, habilidades y saber hacer que tiene y que le permiten situarse ante los posibles sucesos de su entorno, para que mediante un aprendizaje dialógico se dé una respuesta efectiva, y al mismo tiempo se reconfigure su saber sistémico que servirá de marco de actuación para los aprendizajes futuros (Gordó, 2010).

El caso de las Instituciones de Educación Superior, no es la excepción. Al ser organizaciones complejas en su estructura y densas en su actividad colectiva e individual, la necesidad de contar con mecanismos de sistematización de su productividad se convierte en un eje central del quehacer cotidiano. Esta situación se agudiza para las universidades públicas estatales, donde los recursos económicos para la generación y desarrollo de proyectos son escasos y la generación de resultados tangibles se convierte en la única forma de medir el impacto de las acciones. La gran ventaja de las universidades es su capital humano, las y los docentes que conforman el colectivo académico, desde la experiencia práctica desarrollada, su habilitación y producción, representan el principal motor que hace que la institución se mueva y crezca.

El centro de las acciones de la gestión debe ser el generar mecanismos que fomenten procesos de sistematización, producción y divulgación de los trabajos de los académicos universitarios. El Programa de Producción y Divulgación Académica Universitaria (PPDA-UAN) se constituyó con el objetivo de sistematizar, producir y divulgar materiales académicos que fortalezcan la docencia universitaria e impacten en la formación integral de los estudiantes, dentro de este programa de han tejido diferentes líneas de trabajo:

a) Producción de la colección "La Función de la Universidad ante los retos de la Sociedad del Conocimiento".

b) Producción de la colección de materiales educativos "45 años de vida universitaria".

c) Producción de memoria colectiva "Experiencia del trabajo colegiado en la Universidad Autónoma de Nayarit: una mirada desde sus academias".

d) Sistematización y producción de experiencias institucionales.

e) Producción de trabajos individuales para la docencia universitaria.

Algunas de estas, tienen actualmente resultados tangibles y en proceso de divulgación tanto al interior como al exterior de la institución. En esta ocasión se hace mención especial de la colección "45 años de vida universitaria" la cual tiene como propósito principal la producción de materiales educativos producidos al interior de las academias.

Lo anterior surge de un esfuerzo por reconocer cómo el trabajo colegiado desarrollado en los últimos años en la Universidad se ha conformado como una actividad de suma importancia para el desarrollo académico de los programas. Gran cantidad de las acciones de concreción del plan de estudios recaen en la actividad de las academias, en este sentido, los docentes como parte de su actividad formativa han diseñado, acordado y aplicado materiales educativos, entre ellos se encuentran: guías de aprendizaje, ensayos individuales y colectivos, manuales de práctica y libros de texto.

Por lo tanto, sistematizar el esfuerzo de las academias y generar procesos de apoyo para que dichos materiales se conformen y divulguen, constituye el esfuerzo central de la colección. Gracias a la participación de las y los docentes universitarios, en esta primera edición de la colección se publicarán 13 materiales educativos, entre guía de aprendizaje, manuales de práctica y libros de texto. Estos materiales serán publicados en formato impreso y digital, tendrán acceso público para toda la comunidad universitaria y generarán procesos de divulgación que fortalezcan la actividad docente y la formación de los estudiantes universitarios.

PEÑA-GONZÁLEZ, Jorge Ignacio, MsC.
Director de la Colección "45 años de Vida Universitaria"

Contenido | Pág

Introducción

Funciones y sus gráficas es un tema abordado desde Nivel Básico y Medio Superior con un enfoque algorítmico y poco analítico. En el campo educativo y cultural, la utilización de medios de comunicación visual, como ilustraciones y gráficos, ha pasado progresivamente a un primer plano en todos los ámbitos de la vida de las sociedades modernas y especialmente en el ámbito educativo (Barquero et al, 2000 citado por Mendoza 2014). De acuerdo al Proyecto de Actualización Curricular del Programa Académico de Licenciatura en Matemáticas (2013) se menciona que el estudiante tendrá un perfil de egreso con capacidad de diseñar estrategias de docencia, actividades de investigación, materiales didácticos, dirigir los procesos de aprendizaje de la matemática con conocimientos disciplinares y pedagógicos, haciendo uso de herramientas tecnológicas como herramienta didáctica para la elaboración de objetos de aprendizaje. De esto último, se cree la necesidad de diseñar un material que aporte a las nuevas características de los estudiantes sobre lo que se puede enseñar y aprender a través de la utilización del *software* educativo *Winplot*.

Winplot forma parte de un conjunto de distintos programas conocidos con el nombre de *Peanut Software* desarrollado por Rick Parris del Departamento de Matemáticas de Phillips Academy Exeter, en EEUU (Plan Integral de Educación Digital, s/f). La versión inicial fue en 1985 y la última (hasta el momento) en 2009. Es un *software* de uso libre muy útil como herramienta para la elaboración de gráficas de funciones (Picos, 2010). Siendo un *software* libre, respeta la libertar de los usuarios y la comunidad. A grandes rasgos, significa que los usuarios tienen la libertad de ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, modificar y mejorar el *software*. Es decir, el *software* libre es una cuestión de libertad, no de precio (Arteaga, 2001). Puede instalarse en el sistema operativo: Win95/98/98SE/Me/2000/NT/XP/Vista/7 con memoria disponible de 1.67MB (Picos, 2010).

La herramienta tecnológica *Winplot* es un *software* de graficación que permite al estudiante relacionar los conocimientos adquiridos sobre funciones de una o varias variables, tales como, la pendiente de una recta tangente, identificar los máximos o mínimos, visualizar los campos de pendientes, hacer girar los sólidos de revolución y analizar, a partir de la visualización, las gráficas que se desprenden de las Unidades de Aprendizaje como Geometría Analítica, Trigonometría, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, Cálculo Superior, entre otras. El *software* de cómputo es suficiente para el apoyo que se requiere en el aula para un curso de nivel medio superior y/o superior. Ayuda al profesor a tener ventaja sobre el tiempo destinado para la enseñanza de las matemáticas con tecnología y éste a su vez, tendrá la certeza de que sus estudiantes puedan analizar, comprender y deducir lo que va pasando en cada situación matemática. En particular, el *software* facilita la visualización de las funciones aun mostrando las gráficas en una misma ventana, ya que tiene la opción de seleccionar un color predeterminado para cada uno de los gráficos. Ésta es una de las propiedades que el *Winplot* tiene para el estudiante y dentro de su interacción con el *software*, podrá darse cuenta que, manipular el *software* será muy fácil, además de construir su aprendizaje. En lo que concierne este material, presenta al lector una guía para graficar funciones polinómicas, racionales, radicales y a trozos, todas ellas de grado cero hasta grado n.

Capítulo I ¿Cómo obtener el *software Winplot*?

Desde un acceso a Internet, teclear *Winplot*.

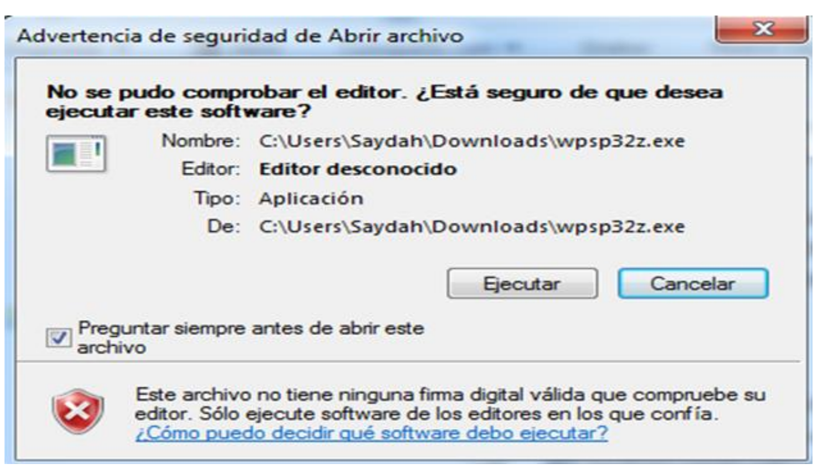
Figura 1 Buscar *Winplot* en la barra Google

Posteriormente, dar clic en el link:

Figura 2 Selección del link para descargar *Winplot*

Aparecerá una serie de especificaciones del *software*; en el apartado de Foreign-language versions seleccionar Spanish, éste se descargará automáticamente. Al finalizar la descarga, aparecerá un recuadro donde darás clic en Ejecutar. También lo puedes hacer desde el vínculo del archivo en Descargas, dando doble clic en wpsp32z; te pondrá en pantalla el mismo recuadro para ordenar Ejecutar. Al dar Ejecutar (figura 3), realiza las siguientes indicaciones.

Figura 3 Ejecutar el *software* de *Winplot*



Dar clic en Browse y seleccionar el destino donde quieras que se instale el *software Winplot*.

Figura 4 Preferentemente seleccionar Escritorio. Aceptar

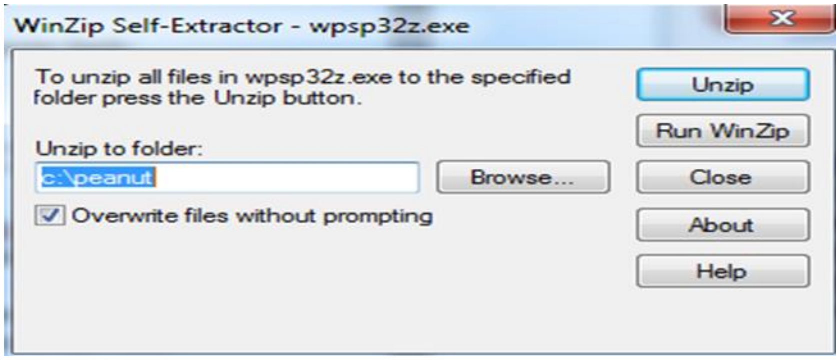
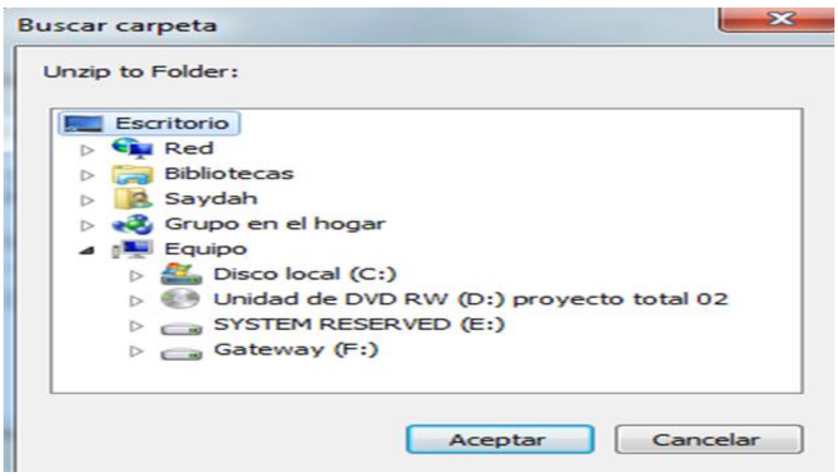


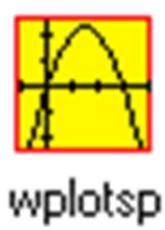
Figura 5 Selección de carpeta para instalar el *software Winplot*



Al dar Aceptar, dar clic en Unzip. Se notificará que el *software* fue instalado correctamente. Podrás entonces, dar clic en Close.

El ícono representativo del *software Winplot* es el siguiente, y lo podrás visualizar en la carpeta donde elegiste guardar:

Figura 6 Ícono del *software Winplot*



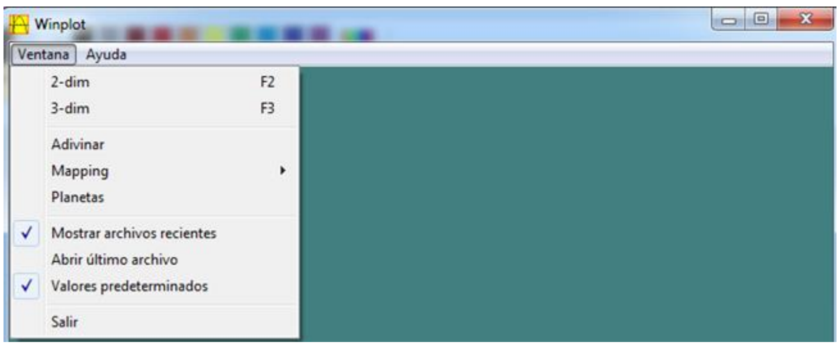
Capítulo II Conociendo el *software Winplot*

Una vez que el *software* se ha instalado correctamente, hay que dar doble clic en el ícono representativo de *Winplot*. Al hacerlo, aparece una ventana verde mostrando dos opciones como menú principal: Ventana y Ayuda.

Figura 7 Ventana principal del *software Winplot*

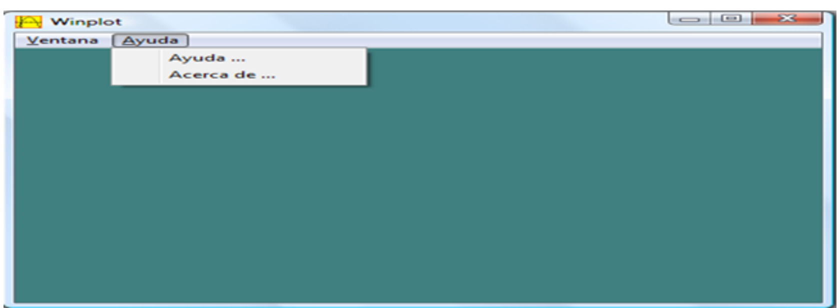
Al dar clic en Ventana, se abre un recuadro donde se pueden observar las siguientes opciones: 2-dim, 3-dim, Adivinar, Mapping, Planetas, Mostrar archivos recientes, Abrir último archivo, Valores predeterminados y Salir (figura 8).

Figura 8 Descripción de los íconos de la opción Ventana



Las opciones que muestra el ícono de Ventana, permiten cada uno de ellos, graficar funciones en R^2, graficar funciones en R^3, analizar y deducir la función de las gráficas que se proporcionan, determinar el dominio y contra dominio de la gráfica ya sea en el plano xyo z, muestra la trayectoria de un sistema de cuerpos, por describir algunos. Al dar clic en Ayuda, se abre un recuadro donde se pueden observar sólo dos opciones: Ayuda… y Acerca de… (figura 9).

Figura 9 Descripción de los íconos de la opción Ayuda



El primero ofrece algunas recomendaciones básicas antes de usar el *software Winplot*, y el segundo proporciona información sobre las características del *software*, autor, el link donde pueden descargar el *software* y correo electrónico por si se tuvieran algunos comentarios y/o sugerencias del *Winplot*. En esta guía de aprendizaje, se proporciona al lector un fácil manejo del *software Winplot* graficando funciones polinómicas, racionales, radicales y a trozos, el cual le permitirá analizar y deducir razonablemente cada situación matemática que se le presente. Asimismo, se proporciona al lector, una pequeña descripción de la base teórica de cada uno de los temas a tratar.

Capítulo III Graficación de funciones

Funciones polinómicas

El término polinomio es de origen griego "poli" que significa muchos y "nomio" expresión algebraica. Un polinomio, matemáticamente hablando es una suma algebraica de varias expresiones algebraicas, que representan cantidades desconocidas. Cada término que compone un polinomio es una estructura matemática que consta de una parte numérica y una parte literal (Santamaría, 2006). La forma general de un polinomio es:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \qquad (1)$$

Donde **n** es un entero positivo, llamado grado del polinomio. El coeficiente del grado mayor, no puede ser cero, es decir, el coeficiente **a** tiene que ser diferente de cero, para que el grado del polinomio sea de grado **n**, cualquiera de los otros coeficientes pueden ser cero.

La estructura de un término del polinomio es:

$$\underbrace{-4}_{\text{Coeficiente de la variable}}\, x^{\overbrace{3}^{\text{Exponente de la variable}}} \longrightarrow \text{Variable independiente}$$

Los polinomios, según el número de términos se clasifican en monomio (un término), binomio (dos términos), trinomio (tres términos) y polinomio (más de tres términos). Los términos de un polinomio se identifican porque están separados unos de otros por el signo positivo o el signo negativo (Santamaría, 2006).

Polinomio de grado cero

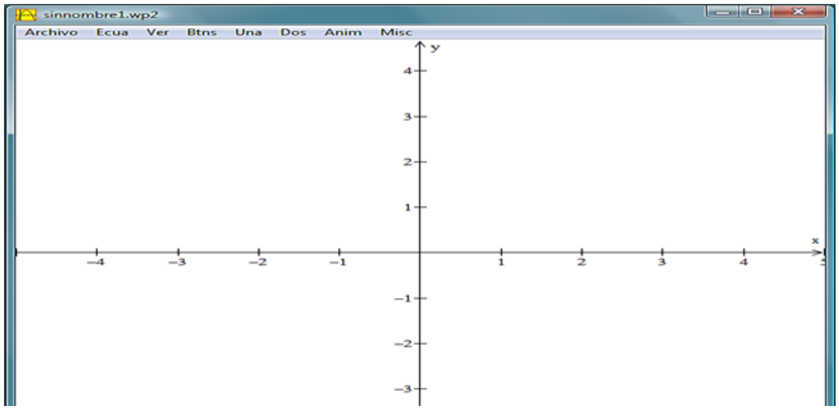
Una función polinómica de grado cero, es aquella función donde no está presente la variable independiente ***x***. Ejemplos:

1. $f(x) = 2$
2. $f(x) = -9$
3. $f(x) = 0$

Graficando en *Winplot* la función 1 ($f(x) = 2$)

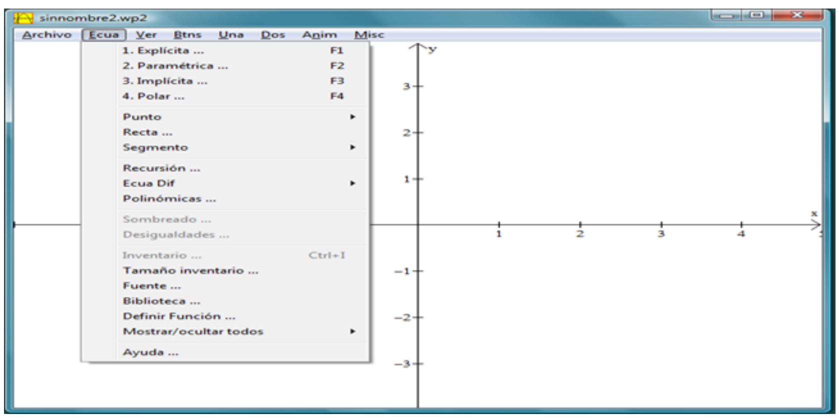
En la página principal de *Winplot*, dar clic en la pestaña de **ventana** y posteriormente en la pestaña **2-dim**, o en su defecto **F2**. Aparecerá un plano rectangular con los siguientes íconos: Archivo, Ecua, Ver, Btns, Una, Dos, Anim, y Misc, tal y como se muestra en la figura 10.

Figura 10 Ventana principal de *Winplot* en dos dimensiones



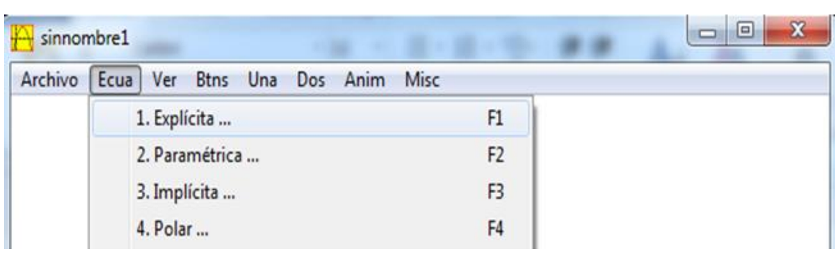
Para graficar la función de grado cero $f(x)=2$ se da clic en el ícono **Ecua** (figura 11).

Figura 11 Opciones de la pestaña *Ecua*



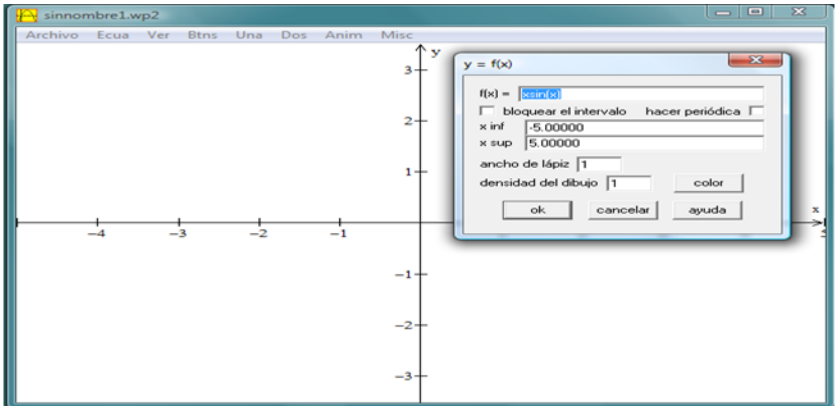
Siendo una función explícita, se da clic en el número 1. **Explícita…** o bien, desde el teclado presionar **F1** (figura 12).

Figura 12 Selección de función explícita



Aparecerá un recuadro como el que se presenta en la figura 13.

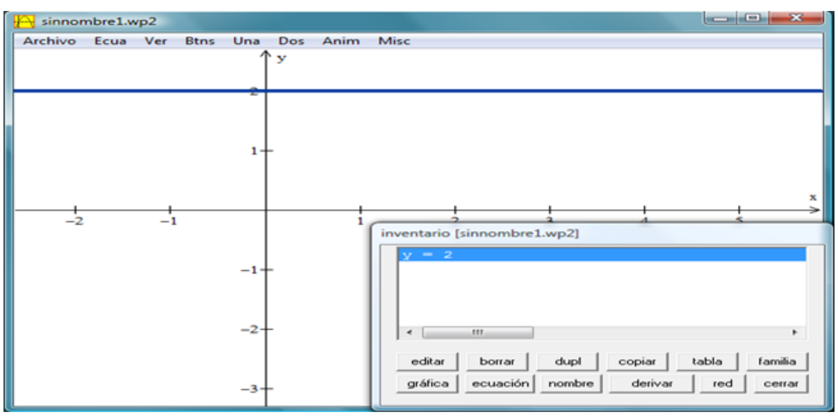
Figura 13 Recuadro donde se capturará la función



El recuadro indica que, en **f (x)** se tendrá que escribir la función que se quiere graficar. Si se desea graficar con un intervalo determinado, entonces se seleccionará **bloquear el intervalo** teniendo que introducir los valores de **x** inferior (**x inf**) y **x** superior (**x sup**) que definirán el acotamiento de la gráfica. El ancho del lápiz y la densidad del dibujo son opcionales por si se desea ver la gráfica con más grosor. Se selecciona el color deseado y finalmente se da clic en **ok**.

Para esta función, no se graficará en intervalo; el intervalo será abierto. Al realizar los pasos anteriores, la función a graficar se muestra en la figura 14.

Figura 14 Gráfica de la función $f(x) = 2$



Al dar **ok**, se observa que la gráfica resulta ser paralela al eje de las **abscisas** (eje x), pasando por el número 2 en el eje de las **ordenadas** (eje y). Pasa por el número 2 porque para todo valor de **x** la función siempre valdrá **2** (y = 2). Se observará que para la función 2, la gráfica será también paralela al eje de las abscisas pasando por el número -9 en el eje de las ordenadas. Así mismo, la función **3**, será paralela al eje de las abscisas pasando por el número 0 en el eje de las ordenadas. Verifica estos resultados graficando en el mismo plano. Para ello, realizar los siguientes pasos para graficar dando clic en **Ecua**.

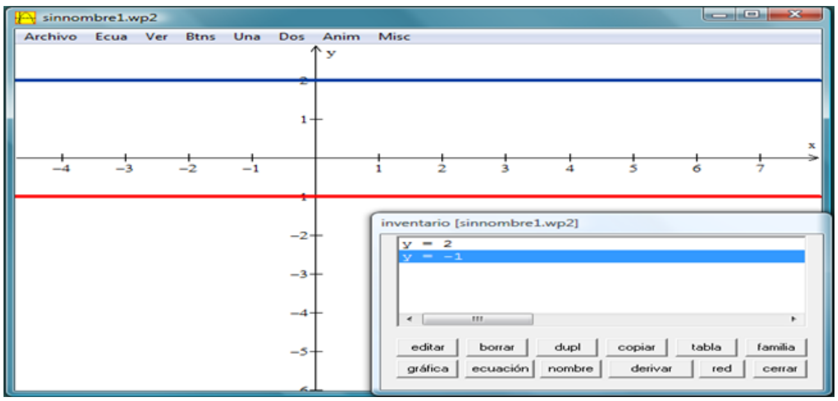
En muchos de los casos, la pantalla del *software* muestra un plano con escala de 4 unidades en los ejes. Si se desea tener un plano con más de cuatro unidades, oprimir desde el teclado **AvPág** para alejar o **RePág** para acercar el plano cartesiano del *Winplot*.

Graficando otro polinomio de grado cero

4. $f(x) = -1$

Esta función se obtendrá, realizando los mismos pasos que el ejercicio anterior. Se graficará en el mismo plano que el ejercicio 1, a menos de que se deseé abrir un nuevo documento.

Figura 15 Grafica de la función $f(x) = -1$



Se observa que la gráfica resulta ser paralela al eje de las **abscisas**, pasando por el número -1 en el eje de las **ordenadas**.

El cuadro **inventario**, muestra una serie de íconos, que se puede aplicar a cada función. Para que estos íconos puedan ejecutarse, debe de estar seleccionada la función en la que se desea hacer cambios. En caso de que se cierre el cuadro de inventario, éste puede recuperarse dando **Ctrl + i**.

A continuación se describe cada uno de estos íconos:

- **Editar.** Permite corregir la función si es que hay alguna equivocación, modificar el ancho de lápiz, densidad al dibujo, dar un intervalo o bien, tener la gráfica con otro color.

- **Borrar.** Borra la función seleccionada.

- **Dupl.** Permite duplicar una función con las mismas condiciones de las que alguna otra función posee.

- **Copiar.** Copia la función que aparece en el cuadro de inventario.

- **Tabla.** Muestra los valores independientes y dependientes de la función.

- **Familia.** Permite dar valor al parámetro de la variable de la función y ver la familia de gráficas de la función original.

- **Gráfica.** Oculta la gráfica en el plano. Al dar nuevamente clic en éste ícono, vuelve a mostrar la gráfica que oculta.

- **Ecuación.** Muestra la función en el plano, ésta aparece con el color que se ha graficado para identificar la correspondiente.

- **Nombre.** Permite dar nombre a la función que se ha graficado. Éste aparece en el cuadro de inventario.

- **Derivar.** Muestra la gráfica de la derivada de la función seleccionada. Si se desea obtener una segunda derivada, basta con dar nuevamente clic en este ícono.

- **Red.** Muestra al lector, el recorrido escalonado a partir de la función identidad (que se genera automáticamente) a la gráfica de la función, a partir de un punto arbitrario.

- **Cerrar.** Cierra el cuadro de inventario. Si se quiere tenerlo a la vista, sólo oprimirCtrl+I, y éste, aparecerá.

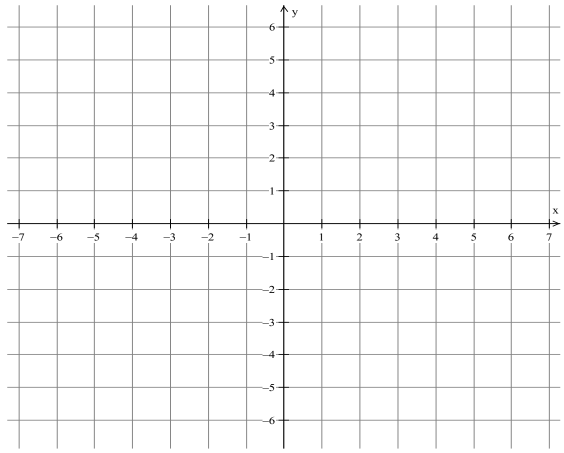
Este tipo de actividades en *Winplot* apoya al profesor y ayuda al estudiante a visualizar las gráficas en un mismo plano, manejar todo tipo de valores (naturales, enteros, fraccionarios) y con la práctica, graficar mentalmente la función de grado cero cuando así se le presente.

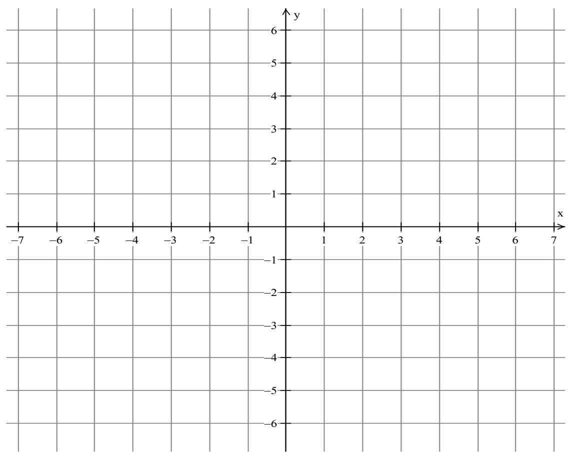
Actividad 1

En los siguientes planos cartesianos trazar la gráfica de las siguientes expresiones algebraicas (tres en un plano y tres en otro). Posteriormente, comprobar las gráficas con la ayuda del *software Winplot*.

$f(x)=5 \quad f(x)=10 \quad f(x)=-6$

$f(x)=-4 \quad f(x)=-3 \quad f(x)=7$





Analizar, cada una de las funciones trazadas y contestar lo siguiente:

1. ¿Qué tienen en común las funciones trazadas? ______________________________________
2. Para la función $f(x)=5$, ¿En qué valor pasa por el eje de las ordenadas? __________ ¿En qué valor pasa por el eje de las abscisas? ____
3. Para la función $f(x)=10$. ¿En qué valor pasa por el eje de las ordenadas? __________ ¿en qué valor pasa por el eje de las abscisas? ____
4. Describir qué característica tienen los polinomios de grado cero.

____

____

Polinomio de grado uno

Es aquella expresión algebraica que contiene a la variable independiente **x** con exponente igual a **uno**. El polinomio de grado uno, puede tener a lo más, dos términos, los cuales son, el de la variable independiente **x y** la constante arbitraria.

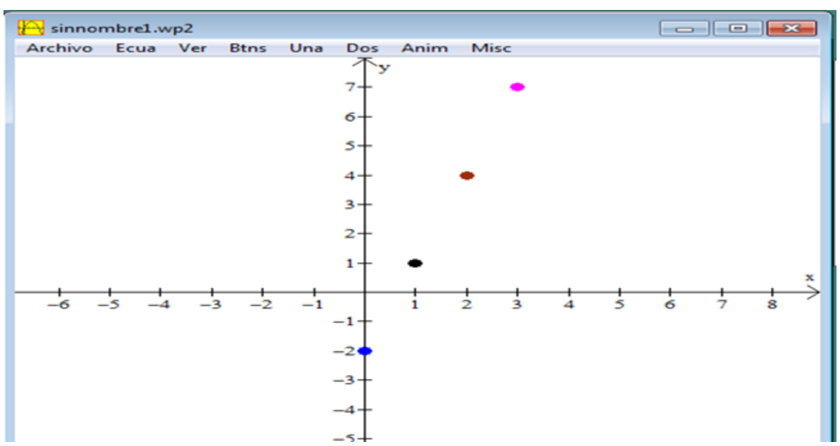
1. $f(x)=3x-2$
2. $f(x)=-4x-13$
3. $f(x)=-8+5x$

Graficando en *Winplot* la función

1. $f(x)=3x-2$

Cuando se grafica una función de grado uno, se dice que, de la expresión general, es $y=mx+b$, donde **m** representa la pendiente, esto es $m=\frac{y}{x}$ y **b** el corte que hace sobre el eje de las **ordenadas** según el parámetro. Para este ejercicio, $m=3$ y $b=-2$. Al visualizar la gráfica, se percibe que hace un corte en **-2**. Y el recorrido de la pendiente representada por $m=\frac{y}{x}=\frac{3}{1}$ se trazará a partir del valor de **b**. El recorrido se observa en la figura 16.

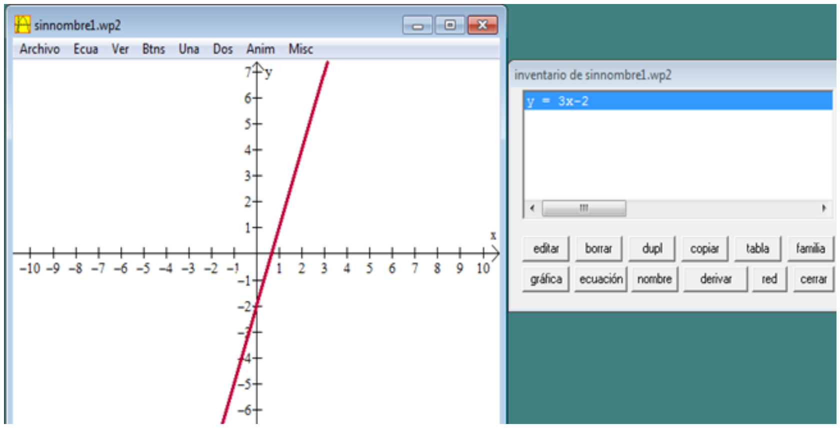
Figura 16 Localización de coordenadas con respecto a la pendiente de la función $f(x)=3x-2$



Se analiza que a partir del valor de la ordenada de la función **(-2**) se recorre una unidad a la derecha (por la pendiente **x=1**) y tres unidades hacia arriba (por la pendiente **y=3**). Después del primer recorrido y a partir de ese nuevo punto, se vuelve a hacer el mismo trazo, una unidad a la derecha y tres unidades hacia arriba.

Se puede observar que al unir los puntos graficados (por el recorrido de la pendiente) se estaría trazando la gráfica de la función $f(x)=3x-2$ tal y como se muestra en la figura 17.

Figura 17 Gráfica de la función $f(x)=3x-2$



Para graficar la función **2.** $f(x)=-4x-13, m=-4$ y $b=-13$. Al graficar la función, se percibirá que hace un corte en **-13** en el eje de las ordenadas. Y el recorrido de la pendiente representada por $m=\frac{y}{x}=\frac{-4}{1}$ se trazará a partir del valor de **b**. Se analiza que a partir del valor de la ordenada de la función (**-13**) se recorre una unidad a la derecha (por la pendiente **x=1**) y menos cuatro unidades hacia abajo (por la pendiente **y=-4**). Después del primer recorrido y a partir de ese nuevo punto, se vuelve a hacer el mismo trazo, una unidad a la derecha y menos cuatro unidades hacia abajo. Comprobar la gráfica realizada en el cuaderno con la gráfica representada en el *software*. Realizar lo mismo para la función

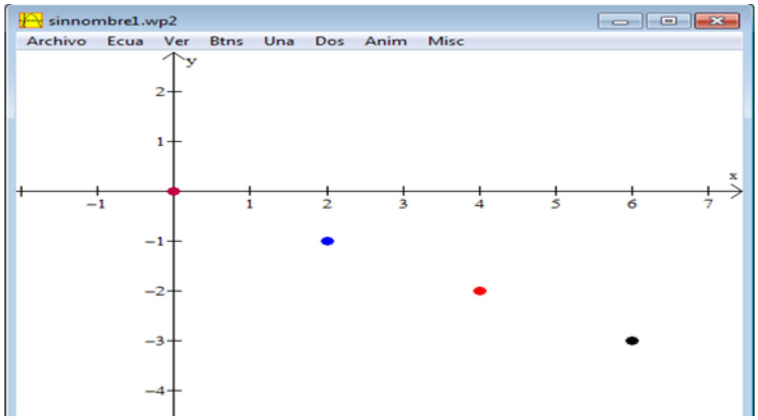
3. $f(x)=-8+5x$.

Graficando otro polinomio de grado uno.

4. $f(x)=-\frac{1}{2}x$

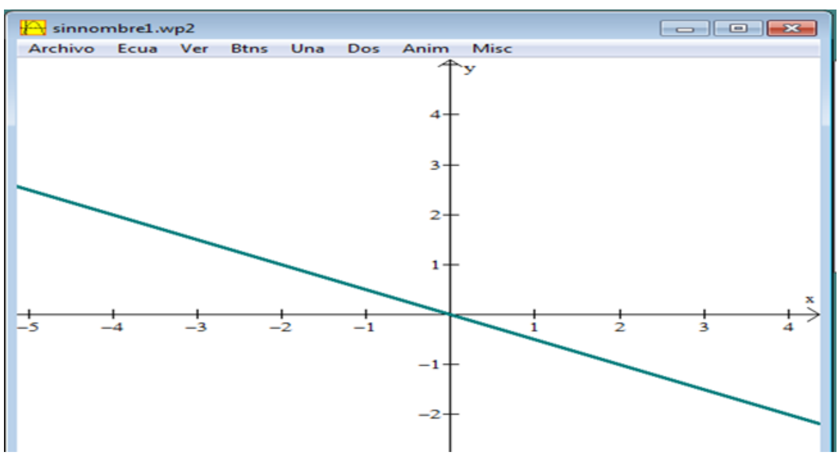
Para este ejercicio, $m=\frac{y}{x}=\frac{-1}{2}$ y $b=0$. Al visualizar la gráfica, se percibe que hace un corte en **0** en el eje de las ordenadas. Y la pendiente representada por $m=\frac{-1}{2}$ nos indica que $x=2$ y $y=-1$, trazándose a partir del valor que representa **b**. El recorrido se observa en la figura 18.

Figura 18 Localización de coordenadas con respecto a la pendiente de la función $f(x) = -\frac{1}{2}x$



Se analiza que a partir del valor de la ordenada de la función ($b = 0$) se recorre dos unidades a la derecha (por la pendiente **x=2**) y menos una unidad hacia abajo (por la pendiente **y= -1**). Después del primer recorrido y a partir de ese nuevo punto, se vuelve a hacer el mismo trazo, dos unidades a la derecha y menos una unidad hacia abajo. Comprobar la gráfica realizada en el cuaderno con la gráfica representada en el *software*. Al unir los puntos del recorrido, la gráfica corresponderá tal y como se muestra en la figura 19.

Figura 19 Gráfica de la función $f(x) = -\frac{1}{2}x$



Actividad 2

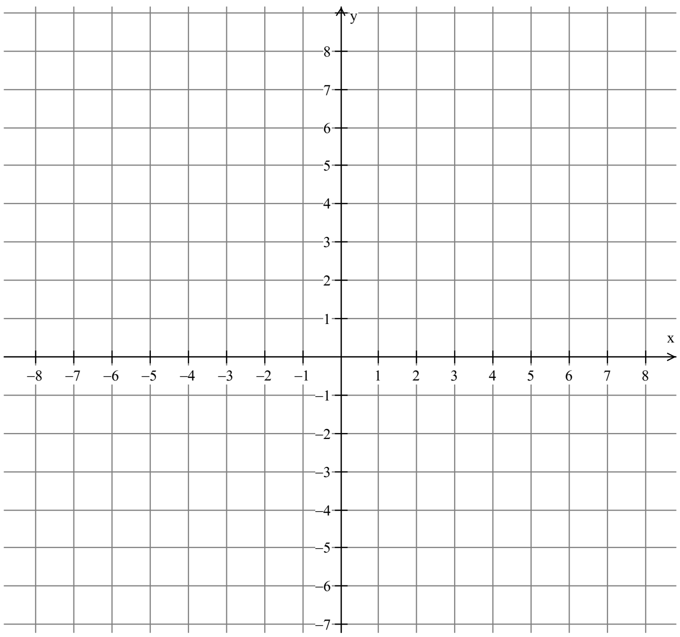
En los siguientes planos cartesianos trazar las siguientes funciones (tres en un plano y tres en el otro). Posteriormente, comprobar las gráficas, introduciendo las funciones en *Winplot*.

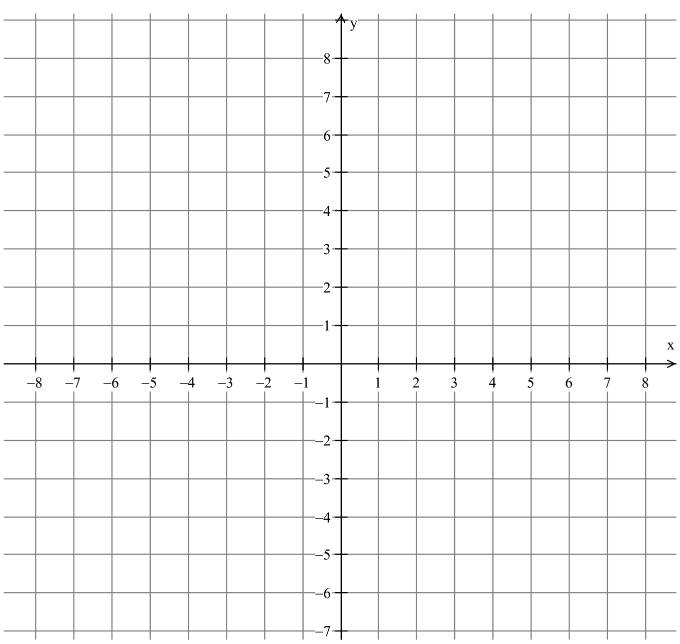
$f(x) = 5x + 1$ $\quad f(x) = -3x + 4$

$f(x) = -6 + x$ $\quad f(x) = -7x + \frac{1}{2}$

$f(x) = 2x - 5$

$f(x) = 7 - \frac{3}{2}x$





1. En las funciones $\begin{matrix} f(x) = 5x + 1 \\ f(x) = 2x - 5 \end{matrix}$:

a) ¿Qué singo tiene la variable independiente?_________________________

b) ¿Cuál es la pendiente de cada una de las rectas trazadas?

____

c) ¿En qué valor del eje de las ordenadas pasa cada gráfica?

____

2. En las funciones $f(x) = -3x + 4$; $f(x) = -7x + \frac{1}{2}$:

a) ¿Qué singo tiene la variable independiente?_________________________

b) ¿Cuál es la pendiente de cada una de las rectas trazadas?

____

c) ¿En qué valor del eje de las ordenadas pasa cada gráfica?

____

3. Entonces se concluye que cuando el signo de la variable independiente es positivo, la inclinación (el sentido) de la recta es de _________________ grados. Y cuando el signo de la variable independiente es negativo, la inclinación (el sentido) de la recta es de _________________ grados.

Polinomio de grado dos.

Se le conoce también como ecuación cuadrática. El mayor exponente de la variable independiente es dos. La forma general del polinomio de segundo grado, se representa como: $ax^2 + bx + c = 0$

Donde **a, b** y **c**, son números reales. Cabe mencionar que **a** debe ser diferente de cero para que pueda describir la función como función cuadrática. Si **b** y **c**, son diferentes de cero, la ecuación se llama **completa**; en caso contrario, se llama **incompleta**. Antes de ir al *software Winplot*, se darán algunas notaciones (Tabla 1) que será necesario conocerlas, a fin de poder escribir correctamente la función en dicho *software*. Algunos ejemplos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 1 Notaciones básicas de un polinomio en *Winplot*

Operación	Símbolo
Suma	+
Resta	-
Multiplicación	*
División	/
Potencia (Ctrl+Alt+ˆ)	^
Raíz	root (n,x)
Raíz cuadrada	sqrt(x)

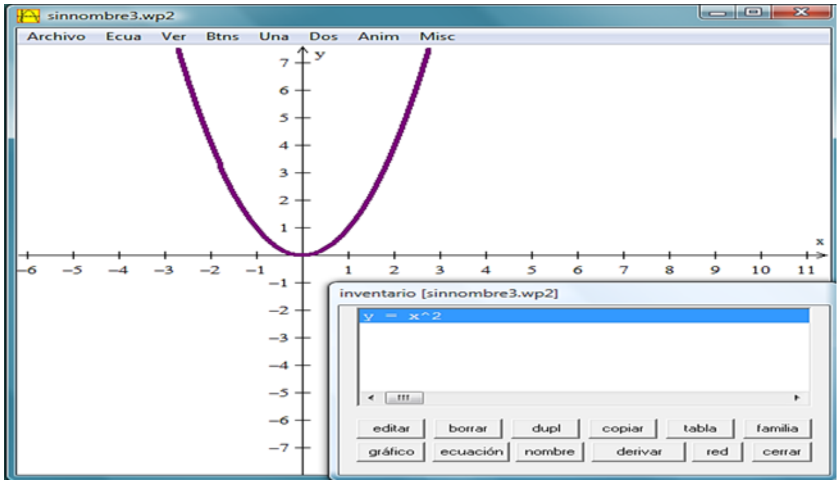
Tabla 2 Ejemplos de captura de funciones en el *software Winplot*

Ecuación	Se teclea…
$y = x^2 + 2x + 1$	x^2 + 2x + 1
$y = x^3 + 3x^2 + 4x - 5$	x^3 + 3x^2 +4x -5
$y = (x+3)(x+4)$	(x+3)*(x+4)
$y = \frac{x^3 - 2}{x^2 - 1}$	(x^3-2)/ (x^2-1)
$y = \sqrt[n]{3x}$ Por ejemplo: $y = \sqrt[5]{3x}$	root(n,3x) n será sustituida por el valor que desee aplicar a la raíz root(5,3x)
$y = \sqrt{x+1}$	sqrt(x+1)
$y = \frac{1}{x^2}$	1/x^2
$y = \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 + 12x + 36}$	(x^2-12x+35) /(x^2+12x+36)

Graficando en *Winplot* la función $f(x) = x^2$

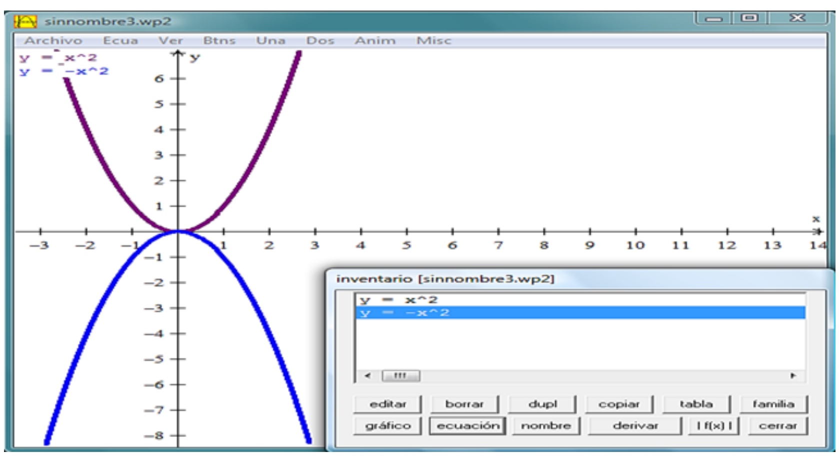
Para cualquier función cuadrática que se quiera introducir en *Winplot*, se siguen los pasos: **Ventana→2-dim→Ecua→Explicita**. Introducir la función tal y como se mostraron en los ejemplos de la tabla 2.

Figura 20 Gráfica de la función $f(x)=x^2$



La gráfica resulta ser una parábola con vértice en el origen y abriendo hacia arriba. Observar en la figura 21 la siguiente gráfica de la función $f(x)=-x^2$.

Figura 21 Gráfica de la función $f(x)=-x^2$ (abajo del eje x) junto con la función $f(x)=x^2$ (arriba del eje x)

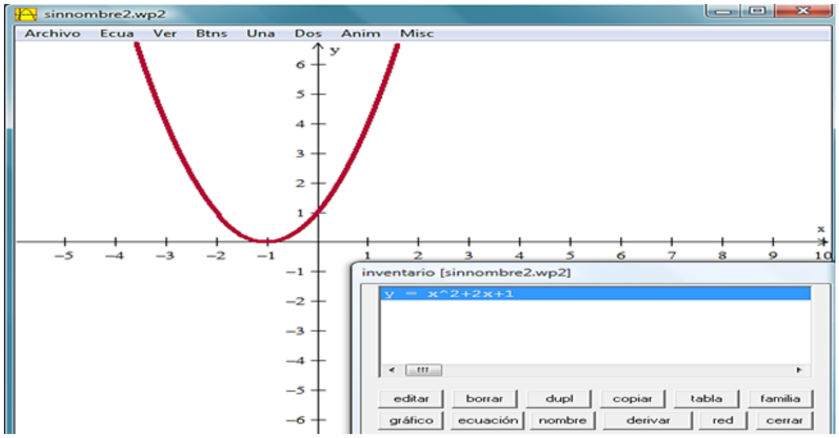


La función genera también una parábola con vértice en el origen pero abriendo hacia abajo. Esto es, por el signo de la variable independiente (**x**). Todas las funciones, en este caso cuadráticas, que tengan signo positivo, exclusivamente en la variable cuadrática, las parábolas estarán abriendo hacia arriba, de lo contrario, estarán abriendo hacia abajo.

Graficando en *Winplot* la función $f(x)=x^2+2x+1$

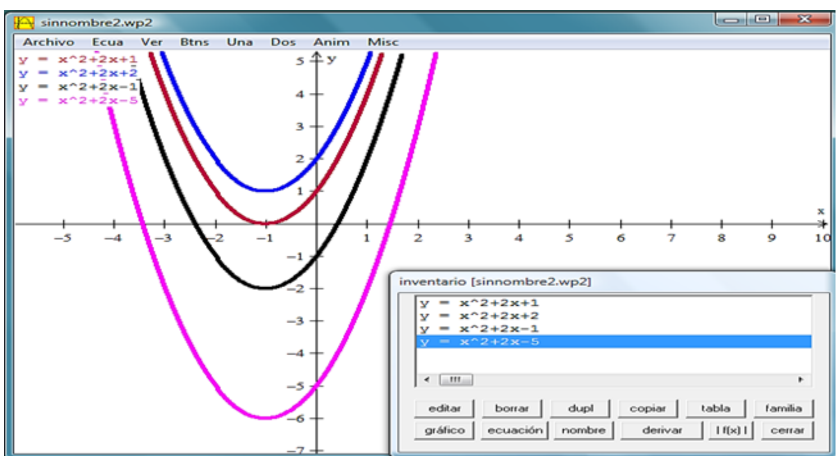
Ya se ha aprendido cómo introducir funciones en el *software Winplot*; en este sentido, la gráfica resultante de la función $f(x)=x^2+2x+1$ se muestra en la figura 22.

Figura 22 Gráfica de la función $f(x)=x^2+2x+1$



Si se desea graficar funciones donde solamente la constante **c** (u otra constante) cambia en la función $f(x)=x^2+2x+1$, entonces se duplicará la función en el recuadro de **inventario** para cambiar el valor. Se recomienda seleccionar un color distinto a la gráfica anterior, esto, para detectar los cambios generados de cada una de ellas. Graficando las funciones $f(x)=x^2+2x+2$, $f(x)=x^2+2x-1$ y $f(x)=x^2+2x-5$ en el mismo plano donde se graficó la función $f(x)=x^2+2x+1$, se observa que se generan parábolas, tal y como se muestra en la figura 23.

Figura 23 Gráfica de las funciones $f(x)=x^2+2x+1$, $f(x)=x^2+2x+2$, $f(x)=x^2+2x-1$ y $f(x)=x^2+2x-5$



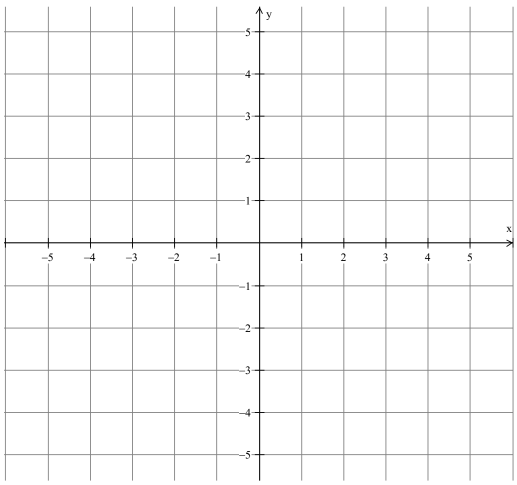
Actividades de este tipo, pueden realizarse en el *software Winplot*, que grafica en el menor tiempo posible y permite hacer un análisis a detalle.

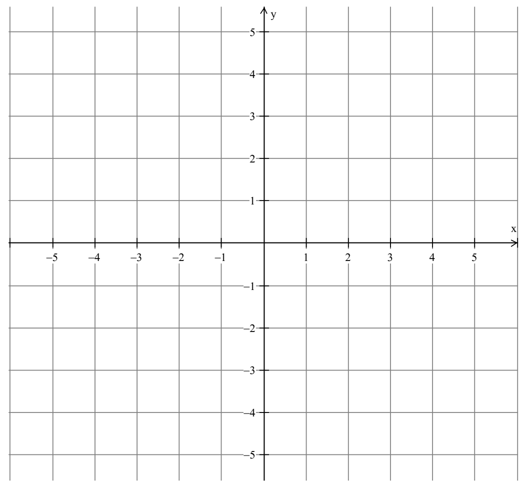
Actividad 3

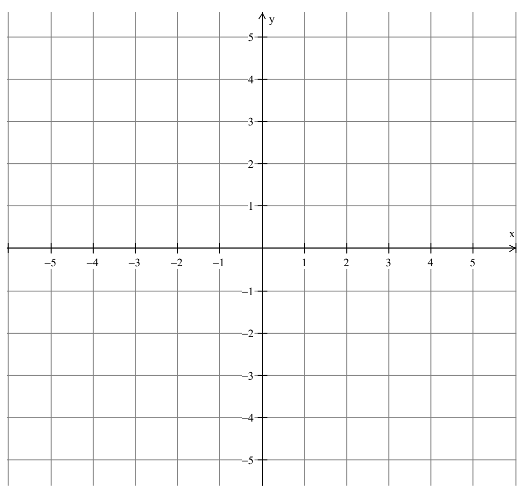
Realizar esta actividad en *Winplot*. Introducir los códigos matemáticos y analizar detenidamente cómo es la gráfica de cada función. Pueden introducirse nuevas funciones con el comando **dupl**.

1) $f(x) = x^2 - 3x + 1$ 2) $f(x) = 2x^2 + x - 4$ 3) $f(x) = -4x^2 - 5x + \frac{1}{2}$

Graficar cada función en un solo plano. Posteriormente, responder a las siguientes preguntas.







1. ¿Qué nombre recibe cada una de las gráficas?

____

2. ¿Hacia dónde abre cada una de las gráficas?____

Argumenta tu respuesta. ____

____

3. ¿En qué valores del eje y, corta cada gráfica?

a) La primera corta en ______________

b) La segunda corta en ______________

c) La tercera corta en _______________

d) ¿Existe alguna relación de los cortes con la función correspondiente? ____________
Argumenta tu respuesta
____
____

4. A partir del punto de corte del eje de las ordenadas de cada gráfica ¿Cuánto mide la abertura de cada una de ellas?
a) De la primera __________________
b) De la segunda _________________
c) De la tercera ___________________
d) ¿Existe alguna forma de determinar dicha distancia con la expresión algebraica respectiva? ___________
e) ¿Cuál es el propio método utilizado?
____
____

5. ¿Cómo se determina el vértice de cada gráfica?
____
____

Polinomio de grado n

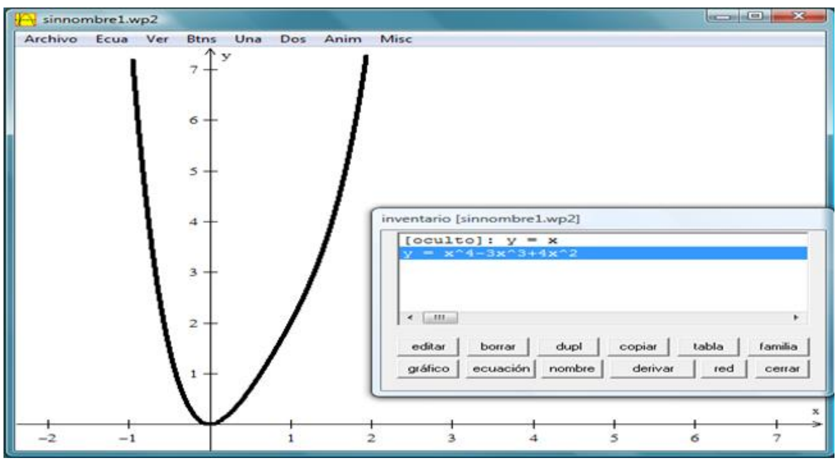
Una expresión algebraica donde la variable independiente (**x**) tiene el grado igual a 3, se le llama **polinomio cúbico**; el que tiene grado igual a 4, se le llama **polinomio a la cuarta**; la función que presenta un grado mayor o igual a 5, se le llama **polinomio de grado n**.

Si se desea llamar a la función cuadrática "polinomio de grado dos", también es válido, y así es para todas las demás funciones que se desee mencionar de otra forma.

Graficando en *Winplot* la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$

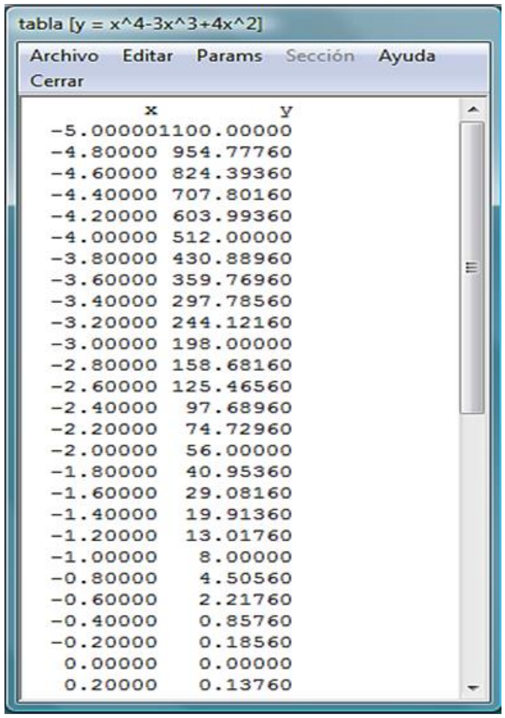
No hay complicación cuando se ha aprendido cómo introducir funciones en el *software Winplot*. De este modo, la gráfica resultante del **polinomio de grado n**, se muestra a continuación.

Figura 24 Gráfica de la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



Si se desean ver los valores de los puntos coordenados que representa esta función, en el recuadro de **inventario**, se da clic en **tabla**; aparecerá la tabla de valores correspondientes al polinomio de grado cuatro, tal y como se muestra en la Tabla 3.

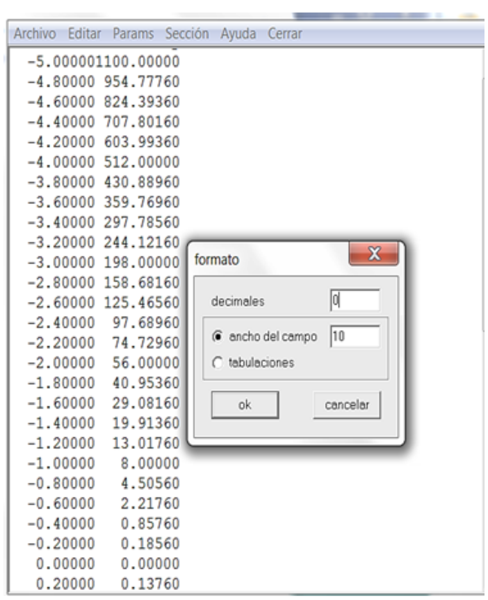
Tabla 3 Valores de la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



x	y
-5.00000	1100.00000
-4.80000	954.77760
-4.60000	824.39360
-4.40000	707.80160
-4.20000	603.99360
-4.00000	512.00000
-3.80000	430.88960
-3.60000	359.76960
-3.40000	297.78560
-3.20000	244.12160
-3.00000	198.00000
-2.80000	158.68160
-2.60000	125.46560
-2.40000	97.68960
-2.20000	74.72960
-2.00000	56.00000
-1.80000	40.95360
-1.60000	29.08160
-1.40000	19.91360
-1.20000	13.01760
-1.00000	8.00000
-0.80000	4.50560
-0.60000	2.21760
-0.40000	0.85760
-0.20000	0.18560
0.00000	0.00000
0.20000	0.13760

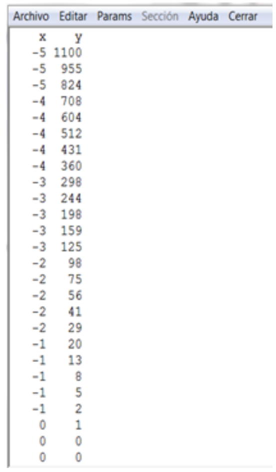
Para tener valores, con sólo una décima, se da clic en el comando **Editar** y posteriormente clic en **formato**. En el espacio en blanco correspondiente a **decimales** se teclea el número de décimas que se desee tener en la tabla de valores. A manera de ejemplo, en este caso se definió para cero decimales (tabla 4) Después se teclea ok. Se observará al instante la tabla de valores sin décimas (tabla 5).

Tabla 4 Formato para decidir el número de decimales en la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



-5.00000	1100.00000
-4.80000	954.77760
-4.60000	824.39360
-4.40000	707.80160
-4.20000	603.99360
-4.00000	512.00000
-3.80000	430.88960
-3.60000	359.76960
-3.40000	297.78560
-3.20000	244.12160
-3.00000	198.00000
-2.80000	158.68160
-2.60000	125.46560
-2.40000	97.68960
-2.20000	74.72960
-2.00000	56.00000
-1.80000	40.95360
-1.60000	29.08160
-1.40000	19.91360
-1.20000	13.01760
-1.00000	8.00000
-0.80000	4.50560
-0.60000	2.21760
-0.40000	0.85760
-0.20000	0.18560
0.00000	0.00000
0.20000	0.13760

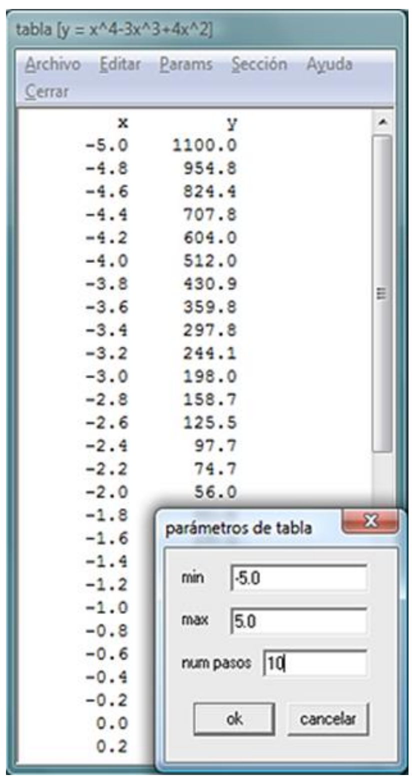
Tabla 5 Valores con las décimas que se hayan definido para la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



x	y
-5	1100
-5	955
-5	824
-4	708
-4	604
-4	512
-4	431
-4	360
-3	298
-3	244
-3	198
-3	159
-3	125
-2	98
-2	75
-2	56
-2	41
-2	29
-1	20
-1	13
-1	8
-1	5
-1	2
0	1
0	0
0	0

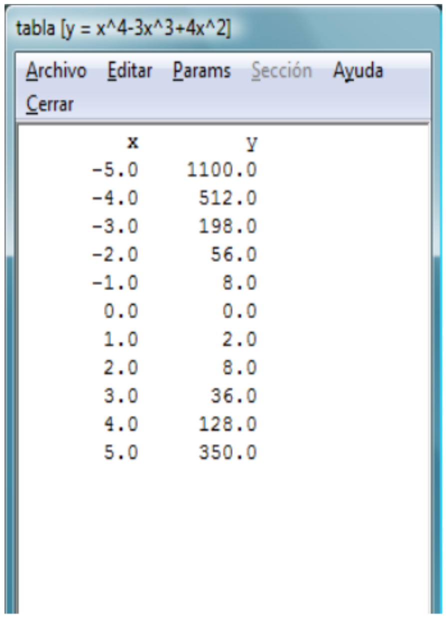
Cuando se desea analizar la función para determinados valores, hay un comando que permite realizar esta acción, así como también, si se desea solamente ver pocos valores en la tabulación. El camino es dar clic en **Params** aparecerá un cuadro que permitirá introducir el valor mínimo de la variable independiente, así como también, el valor máximo (intervalo), esto se observa en la tabla 6. En **num pasos** se introduce la cantidad de valores que se desea visualizar en la tabla. Para esta función se desea visualizar 10 valores tal y como se muestra en la tabla 7.

Tabla 6 Selección de parámetros de la tabla de la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



x	y
-5.0	1100.0
-4.8	954.8
-4.6	824.4
-4.4	707.8
-4.2	604.0
-4.0	512.0
-3.8	430.9
-3.6	359.8
-3.4	297.8
-3.2	244.1
-3.0	198.0
-2.8	158.7
-2.6	125.5
-2.4	97.7
-2.2	74.7
-2.0	56.0
-1.8	
-1.6	
-1.4	
-1.2	
-1.0	
-0.8	
-0.6	
-0.4	
-0.2	
0.0	
0.2	

Tabla 7 Total de valores de la función $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2$



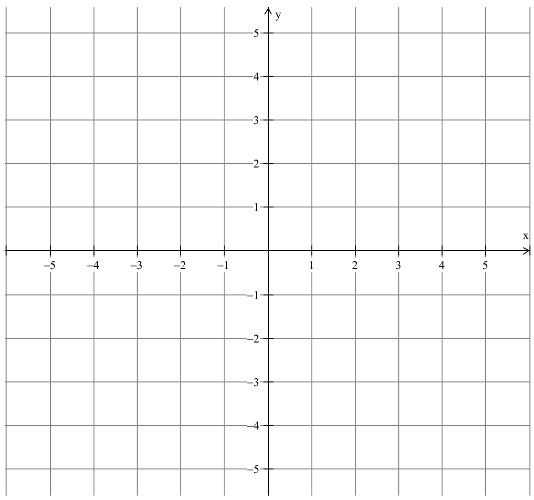
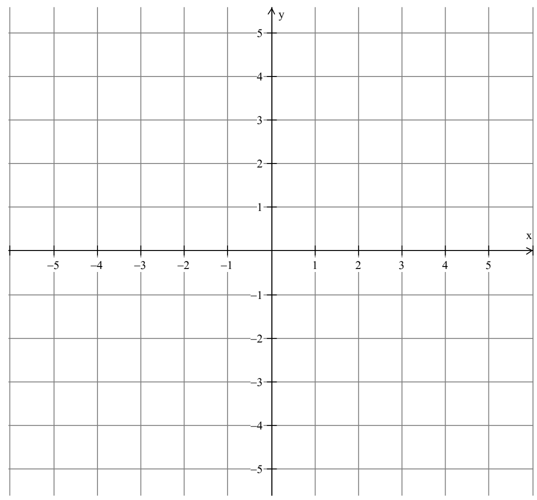
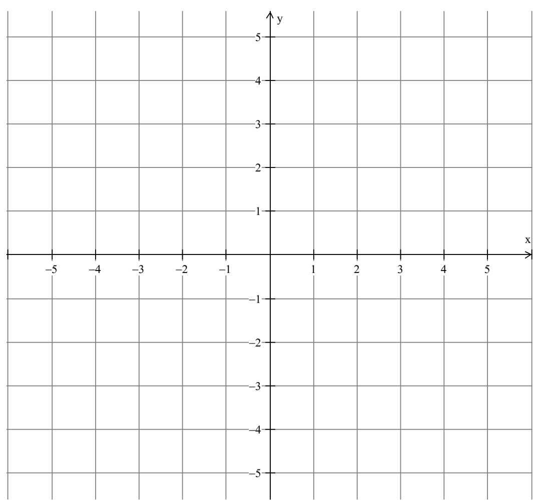
x	y
-5.0	1100.0
-4.0	512.0
-3.0	198.0
-2.0	56.0
-1.0	8.0
0.0	0.0
1.0	2.0
2.0	8.0
3.0	36.0
4.0	128.0
5.0	350.0

Actividad 4

Realizar esta actividad en *Winplot* y plasma la gráfica resultante en cada plano cartesiano. Practicar introduciendo los códigos matemáticos y analizar detenidamente cómo es la gráfica de cada función. Se puede introducir nuevas funciones con el comando **dupl**, además de jugar con las decimales, parámetros y número de pasos como se mostraron en las tablas anteriormente.

1) $f(x)=x^5-2x^2-3x+1$ 2) $f(x)=x^2+x^3-14x^6$

3) $f(x)=-x^2-2x^6+\frac{2}{5}x^3$

Después de graficar y analizar las funciones anteriores ¿Qué observaciones y conclusiones puede tenerse acerca de cada una de ellas?

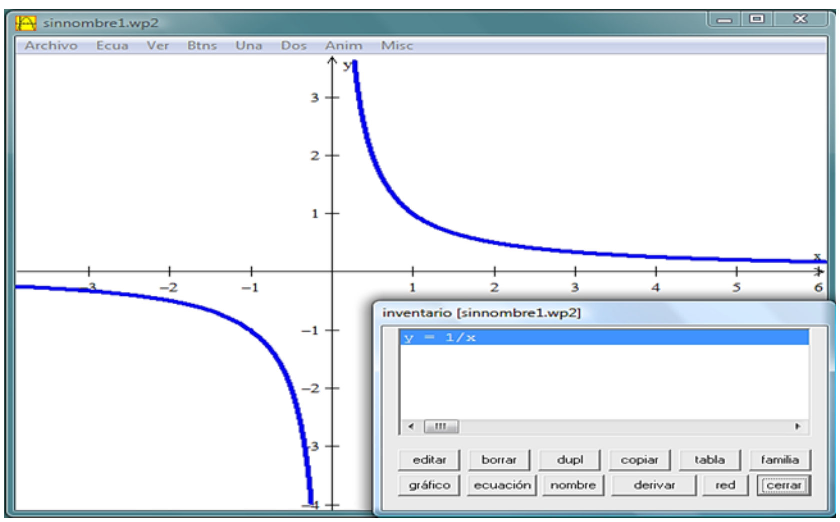
Funciones racionales

Cuando se usan operaciones con polinomios, el término de **funciones racionales** es una manera simple de describir una relación particular entre dos polinomios. Para dos polinomios cualesquiera, **A y B**, su fracción es conocida como una función racional. Si $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios, la función de la forma $f(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$ representa una función racional, donde $Q(x)$ deberá ser diferente de cero.

Graficando en *Winplot* la función $f(x)=\frac{1}{x}$

Para graficar esta función en Winplot, se realizan los pasos conocidos. Anteriormente, se mostraron los símbolos que representan cada operación; en la división es la diagonal (/). Una vez que se haya capturado la función en el *software Winplot*, la gráfica resultante se muestra en la figura 25.

Figura 25 Grafica de la función $f(x)=\frac{1}{x}$



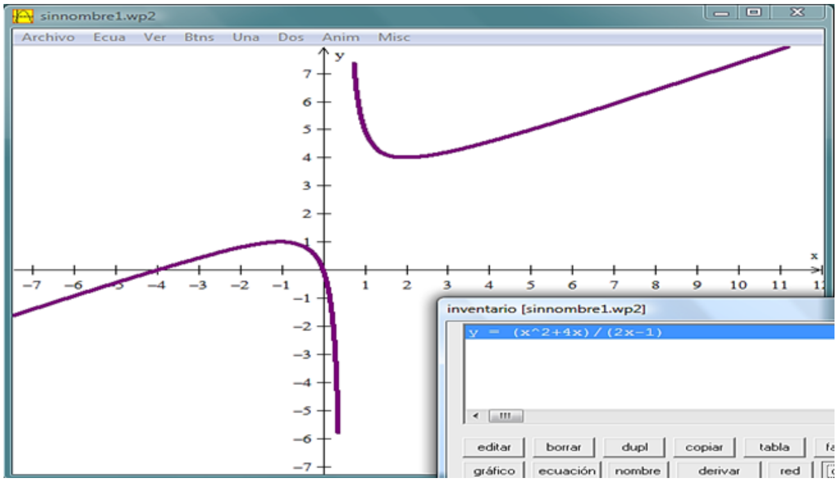
Teniendo la gráfica de la función $f(x)=\frac{1}{x}$, se puede utilizar los comandos que presenta el **inventario** según lo que se prefiera realizar, analizar y/o indagar con respecto a la función.

Graficando en *Winplot* la función $f(x)=\frac{x^2+4x}{2x-1}$

Para este tipo de función racional, se tendrá que recurrir a los signos de agrupación, para indicar que el numerador se está dividiendo por el denominador, de lo contrario, si no se utilizan, se interpretará que solamente el **4x** (último término del numerador) estará dividido por **2x** (primer término del denominador) si éste, tampoco se encierra con signos de agrupación.

En *Winplot* es encerrar en un paréntesis el numerador, seguido del símbolo de división, y finalmente, encerrar con otro paréntesis el denominador, tal y como se describe a continuación $y=(x^2+4x)/(2x-1)$. La gráfica se muestra en la figura 26.

Figura 26 Gráfica de la función $f(x)=\dfrac{x^2+4x}{2x-1}$

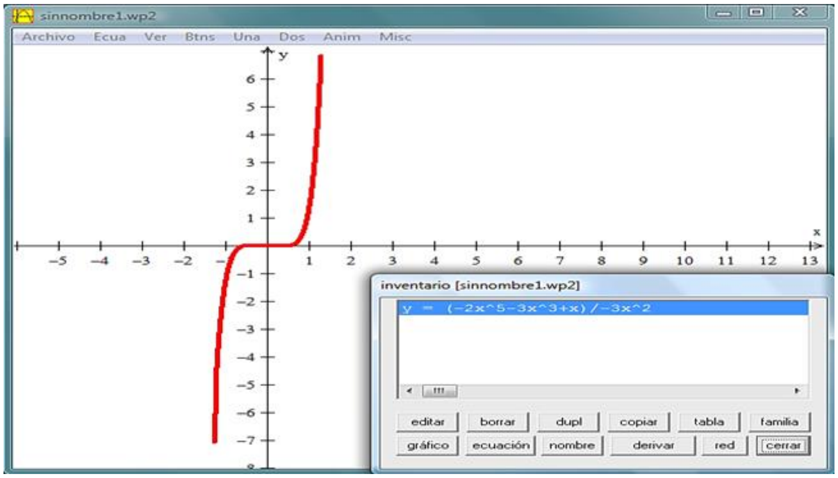


Cuando el numerador o denominador viene representado por sólo un término, no es necesario encerrarlo entre paréntesis.

Graficando en *Winplot* la función $f(x)=\dfrac{-2x^5-3x^3+x}{-3x^2}$

Se realizan los pasos conocidos. Se muestra a continuación la captura y gráfica de la función racional.

Figura 27 Gráfica de la función $f(x)=\dfrac{-2x^5-3x^3+x}{-3x^2}$

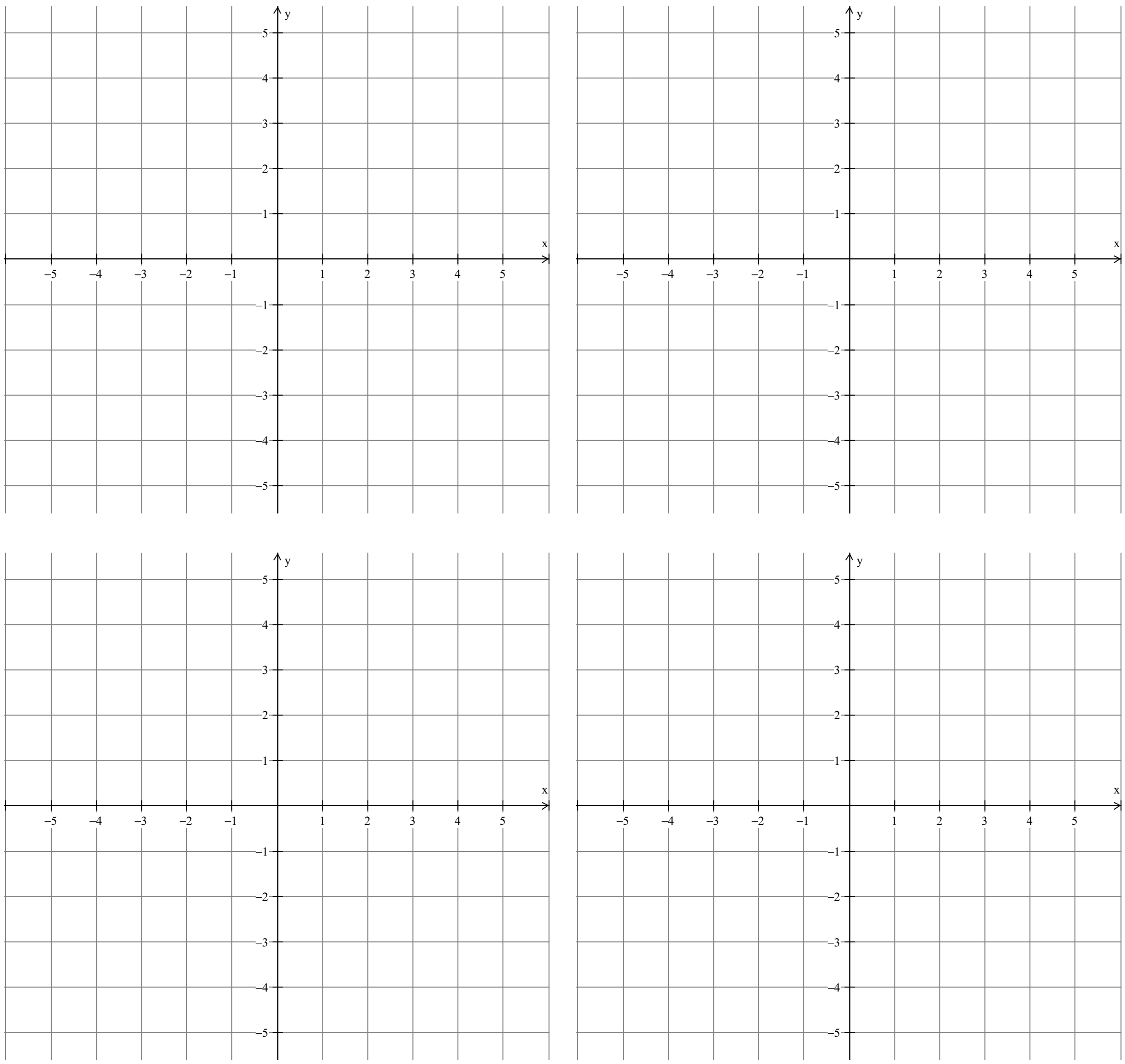


Actividad 5

Graficar las siguientes funciones racionales en *Winplot* y plasmar la gráfica resultante en cada plano cartesiano. Practicar introduciendo nuevas funciones con el comando **dupl**.

$$f(x)=\frac{x^3-4x}{x} \qquad f(x)=\frac{-2x+4}{x-5x^3+1}$$

$$f(x)=\frac{-6x}{2x+4x^2-6x^3} \qquad f(x)=\frac{-10-x+x^2}{x-2x^2+x^3}$$



Después de graficar y analizar las funciones anteriores ¿Qué observaciones y conclusiones pueden tenerse acerca de cada una de ellas?

____

____

____

____

____

Funciones Radicales

Manualmente, el símbolo que representa una raíz, es $\sqrt{\ }$. Anteriormente se comentó que el símbolo que representa esta función en el *software Winplot*, es **sqrt**, mismo que su equivalencia puede representarse como exponente de $\frac{1}{2}$.

En el curso de Álgebra, en el tema de propiedades de los exponentes, existe la propiedad de la raíz, a saber: $\sqrt[n]{m} = (m)^{\frac{1}{n}}$

Esto es, si se habla de una raíz cúbica de una cantidad, entonces su equivalencia sería, la cantidad elevada a la un tercio ($\frac{1}{3}$); si es la raíz quinta de una cantidad, entonces su equivalencia sería, la cantidad elevada a la un quinto ($\frac{1}{5}$), y así.

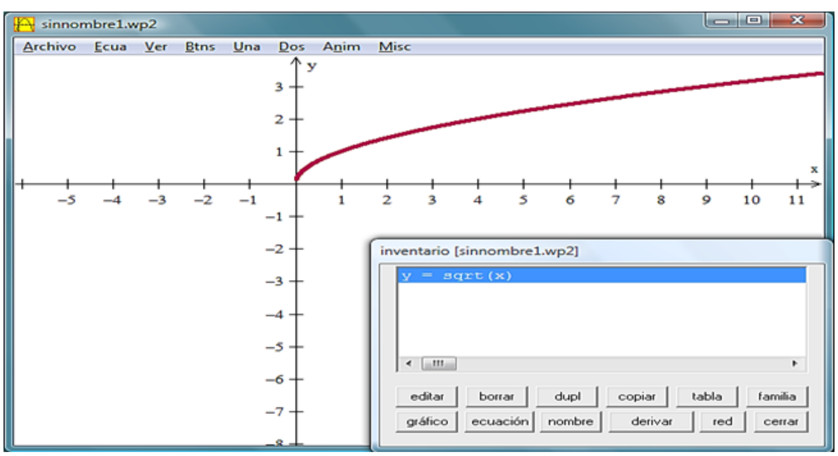
Graficando en *Winplot* la función $f(x) = \sqrt{x}$

Para visualizar esta función en *Winplot*, se siguen los siguientes pasos:

Ventana→2-dim→Ecua→Explícita

Para escribir la función, se teclea sqrt, símbolo que describe la raíz cuadrada, seguido de la expresión algebraica entre paréntesis. La gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x}$ se muestra en la siguiente figura.

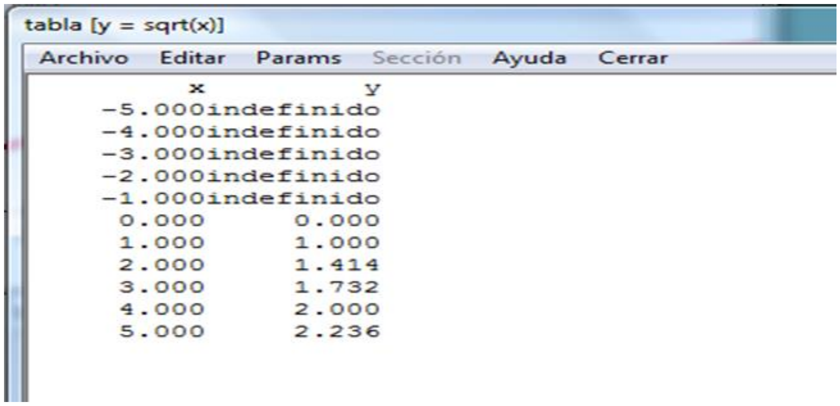
Figura 28 Gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x}$



Es fácil graficar funciones cuando se conocen los símbolos y la manera en que se deben de introducir al *software Winplot*. Se tienen que utilizar los signos de agrupación, pues estos son los que permiten graficar correctamente y hacer análisis acertados de las funciones.

Es muy importante que en cada gráfica se analicen los valores que toman la variable independiente y dependiente, dando clic en **tabla**. En este caso, se observará que para valores negativos en la variable independiente, la función arroja valores indefinidos.

Figura 29 Tabla de valores de la función $f(x)=\sqrt{x}$



x	y
-5.000	indefinido
-4.000	indefinido
-3.000	indefinido
-2.000	indefinido
-1.000	indefinido
0.000	0.000
1.000	1.000
2.000	1.414
3.000	1.732
4.000	2.000
5.000	2.236

Graficando en *Winplot* la función $f(x)=\sqrt[4]{x^2-5x}+1$

La función muestra una raíz cuarta de dos términos (x^2-5x), más un término independiente (1). Cuando se trata de graficar una raíz diferente de dos, ésta no se realiza como en el ejercicio anterior, sino que la expresión que está dentro de la raíz será elevada. Asimismo, se puede graficar introduciendo el comando que se mostró anteriormente en la tabla 1.

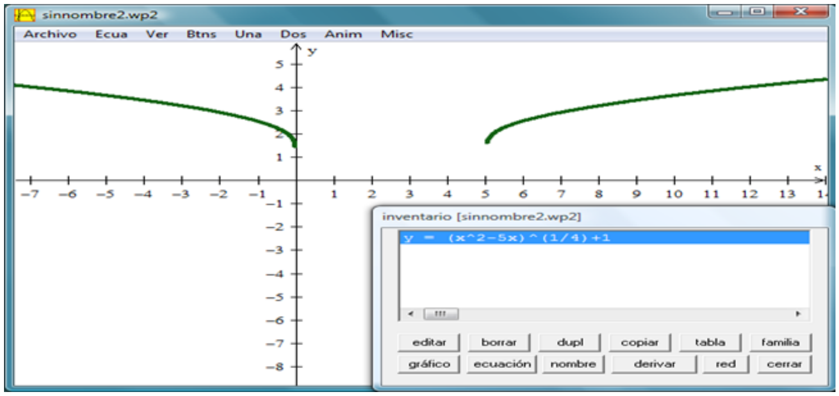
Aplicando la ley de los exponentes en este ejercicio y poder graficar en Winplot, la expresión x^2-5x estaría elevada a la $\frac{1}{4}$. También es importante que el exponente se tenga entre paréntesis, de lo contrario, *Winplot* interpretará que la expresión x^2-5x estaría elevada a la primera potencia, y todo esto, dividido entre 4.

Para visualizar esta función en Winplot, se siguen los siguientes pasos:

Ventana→2-dim→Ecua→Explícita

Para escribir la función, se pone entre paréntesis lo que está dentro de la raíz cuarta, esto es: $\left(x^2-5x\right)\wedge\left(1/4\right)+1$. La gráfica se muestra en la figura 30.

Figura 30 Gráfica de la función $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x} + 1$

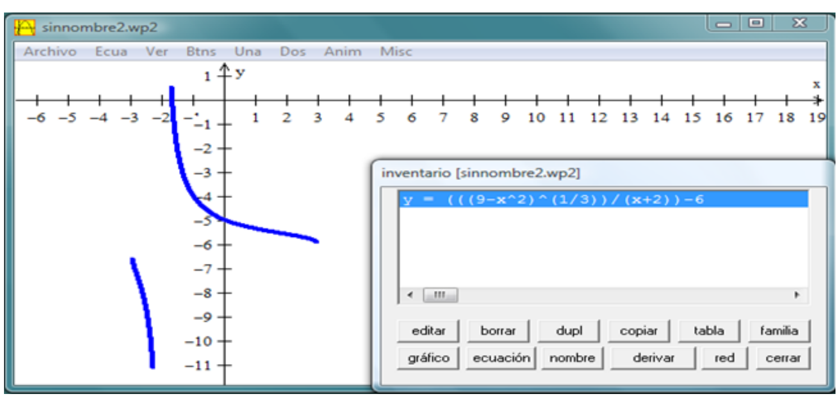


De otra manera, la función se puede capturar en el software como: $root\ (4,\ x^2 - 5x) + 1$. Es importante que se delimiten las expresiones algebraicas en signos de agrupación correctamente. Puede intentar graficar la función sin que el exponente ¼ se encierre, para visualizar qué es lo que pasa cuando no se captura correctamente en *Winplot*.

Graficando en *Winplot* la función $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{9 + x^2}}{x + 2} - 6$

Al parecer, la función será un reto al capturarla en el software, pues harán presencia los signos de agrupación más de una vez y operaciones de división y resta. En primera, se tendrá que abrir paréntesis para encerrar la parte racional de la función; otro paréntesis tendrá que encerrar la parte de la raíz; uno más para indicar la raíz que se quiere obtener (la raíz cúbica) y finalmente la expresión que pertenece al denominador. La captura en *Winplot* es $(((9 + x\wedge 2)\wedge(1/3))/(x + 2)) - 6$. La gráfica se presenta a continuación.

Figura 31 Gráfica de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{9 + x^2}}{x + 2} - 6$



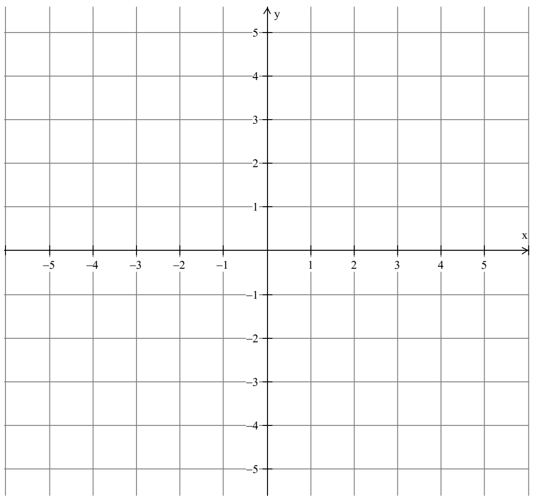
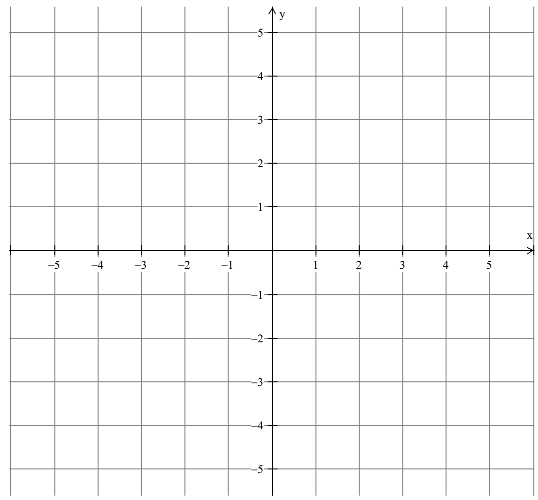
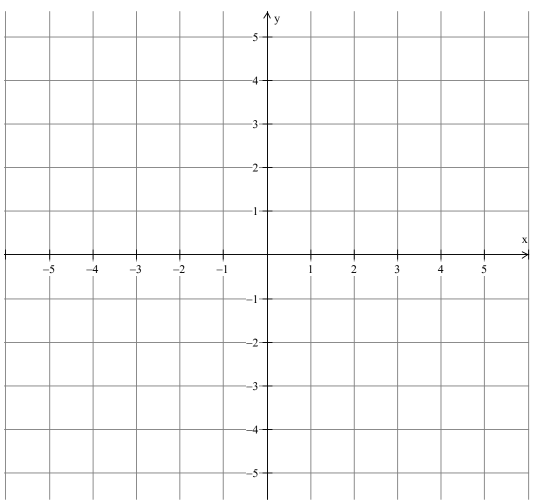
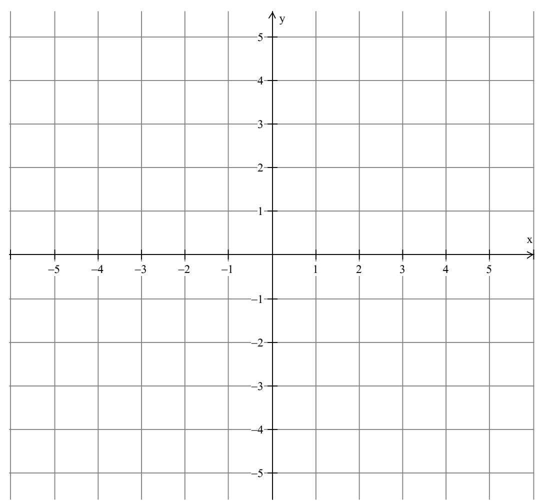
A manera de práctica, puede transcribirse el ejercicio en el cuaderno y analizarlo detalladamente para confirmar el número de signos de agrupación que requiere el ejercicio.

Actividad 6

Graficar las siguientes funciones en *Winplot* y plasma la gráfica resultante en cada plano cartesiano. Practicar introduciendo nuevas funciones con el comando **dupl**. Puede también, analizarse los valores que toman las variables independientes y dependientes.

$$1)\ f(x)=\frac{\sqrt{x^3-4x}}{x} \qquad 3)\ f(x)=5x-3x^2+\sqrt[5]{5x^2}$$

$$2)\ f(x)=\sqrt{\frac{-6x}{4}+4x} \qquad 4)\ f(x)=\sqrt[4]{x^3-4x^2+x-3}$$

Después de graficar y analizar las funciones anteriores ¿Qué observaciones y conclusiones pueden tenerse acerca de cada una de ellas?

____

____

____

____

____

____

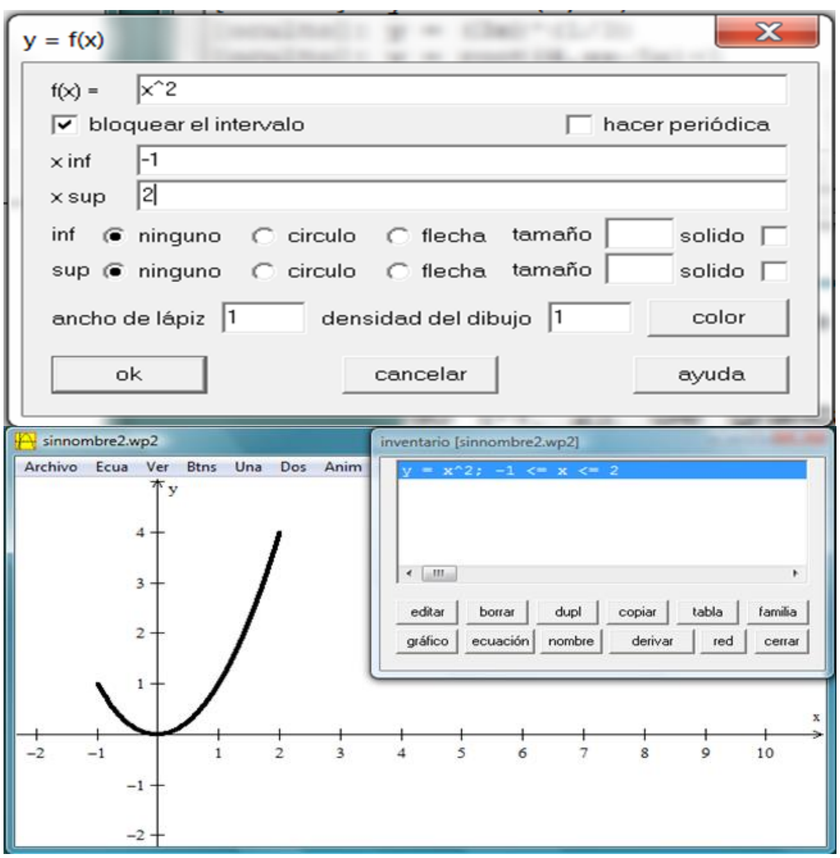
Funciones a Trozos

Se presentan varias funciones con su respectivo intervalo y se grafican en un solo plano. Para obtener la gráfica de una función a trozos en el *software Winplot*, se tendrá que capturar cada una de las expresiones algebraicas que sean presentadas como función a trozos. En esta ocasión, se tendrá que utilizar **bloquear el intervalo**, ya que este tipo de ejercicios se caracteriza por definir intervalos. Recordar utilizar signos de agrupación, según sea el caso en cada función.

Graficando en *Winplot* la función a trozos $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{Sí } x<2 \\ 4 & \text{Sí } x>2 \end{cases}$

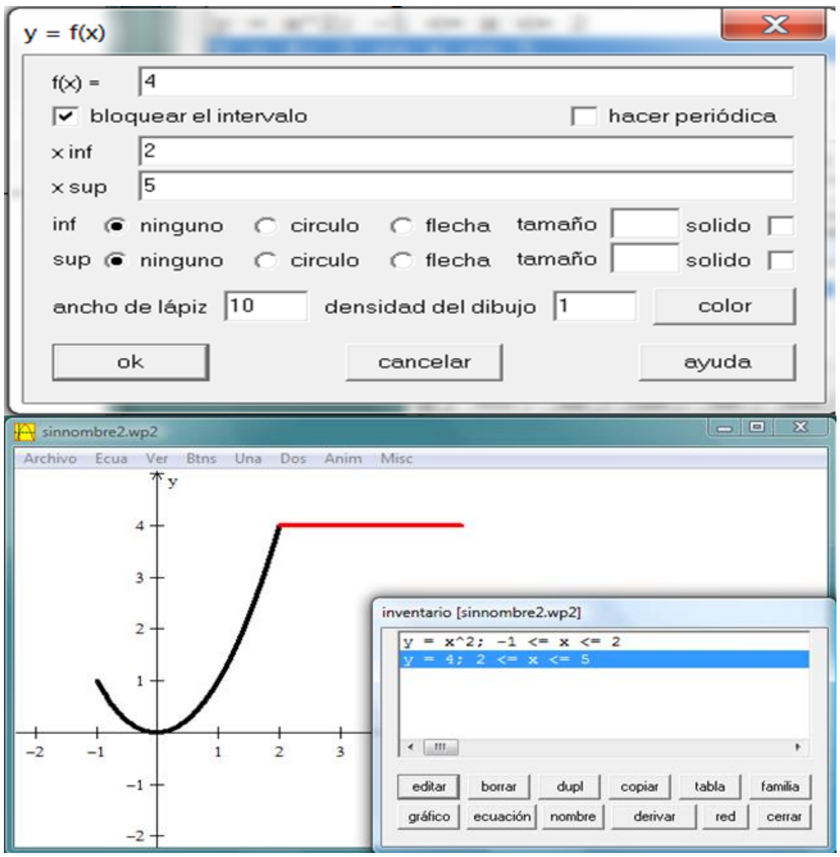
La primera función que se tendrá que graficar es $f(x)=x^2$ para valores de **x** menores que **2**, de modo que, los valores pueden variar desde **menos infinito** hasta **2**, a manera de ejemplo: (-1, 2), (-3, 2), (-10, 2), (0, 2), etc. El intervalo seleccionado tendrá que ser capturado para bloquear la gráfica. Para graficar esta función, se captura en el software tomándose un intervalo de (-1, 2); se siguen los siguientes pasos:

Figura 32 Gráfica de la función $f(x)=x^2$ para valores de $x<2$
Ventana→2-dim→Ecua→Explícita



Una vez graficada la primera función, se pasa a graficar la función $y = 4$ para valores de **x** mayores que **2**, de modo que, los valores pueden variar desde 2 hasta **más infinito**, a manera de ejemplo: (2, 4), (2, 25), (2, 100), etc. El intervalo seleccionado tendrá que ser capturado para bloquear la gráfica. Para graficar esta función, se captura en el software tomándose un intervalo de (2, 5); se siguen los siguientes pasos:

Figura 33 Gráfica de la función $f(x) = 4$ para valores de $x > 2$
Ecua→Explícita

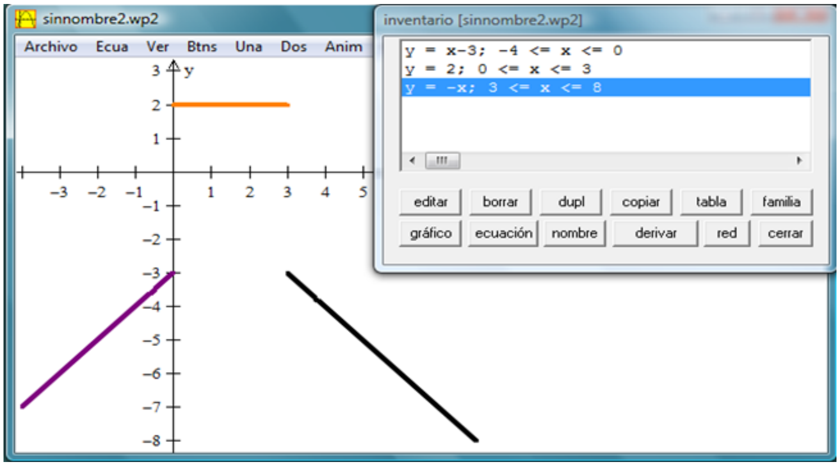


Winplot permite hacer un análisis detallado en cuanto a las gráficas a trozos, ya que puede visualizarse lo que genera cada trozo de la función, con la ayuda de utilizar distintos colores.

Graficando en *Winplot* la función a trozos $f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{Sí } x \le 0 \\ 2 & \text{Sí } 0 < x < 3 \\ -x & \text{Sí } x \ge 3 \end{cases}$

La primera función que se tendrá que graficar es $f(x) = x - 3$ para valores menores o iguales que **0**. Para la segunda función $f(x) = 2$, se puede dar **dupl** en **inventario**, o bien, desde el ícono **Ecua y Explícita**. Esta función tendrá un intervalo para valores de **x** mayores que **0** y valores menores que **3**. Finalmente se grafica la tercera función $f(x) = -x$ para valores mayores o iguales a **3**. Ésta se presenta en la figura 34

Figura 34 Gráfica de la función a trozos $f(x)=\begin{cases} x-3 & \text{Sí } x\le 0 \\ 2 & \text{Sí } 0<x<3 \\ -x & \text{Sí } x\ge 3 \end{cases}$

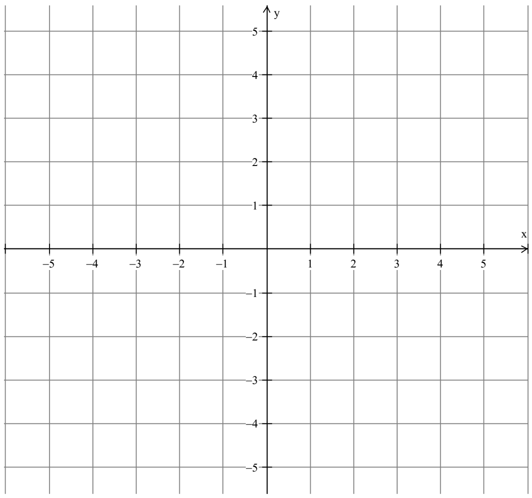


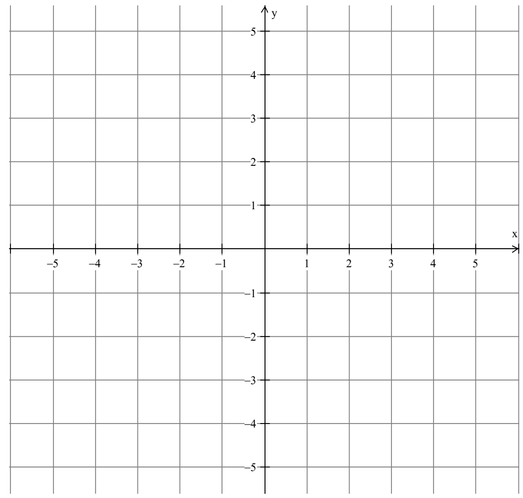
Será el mismo procedimiento cuando se grafiquen de más de tres funciones a trozos.

Actividad 7

Grafica cada función a trozos en cada plano cartesiano; posteriormente grafique en *Winplot* para comprobar. Practicar introduciendo nuevas funciones con el comando **dupl**.

$$1)\ f(x)=\begin{cases}1 & \text{Sí } x\le 1\\ x & \text{Sí } 1<x\le 3\\ -x+6 & \text{Sí } 3<x\le 6\\ 0 & \text{Sí } 6<\text{x}\end{cases}\qquad 2)\ f(x)=\begin{cases}2x+4 & \text{Sí } x\le 0\\ 4-2x & \text{Sí } x<0\end{cases}$$





Después de graficar y analizar las funciones anteriores ¿Qué observaciones y conclusiones se pueden tener acerca de cada una de ellas?

____

____

____

____

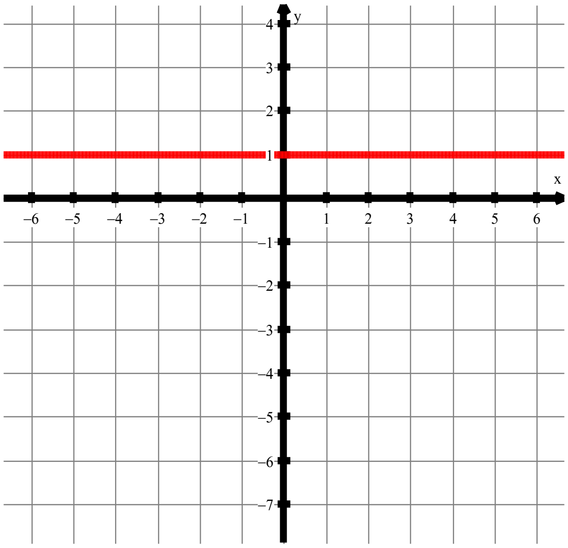
____

____

Autoevaluación de las competencias

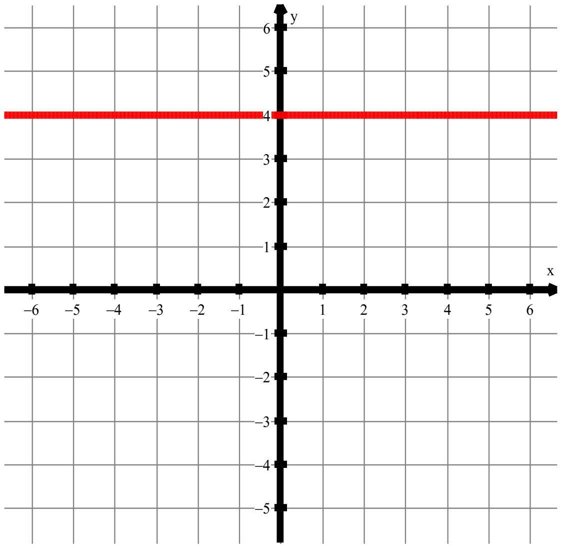
I. Determine la función algebraica de cada una de las gráficas que se muestran en cada plano cartesiano

a



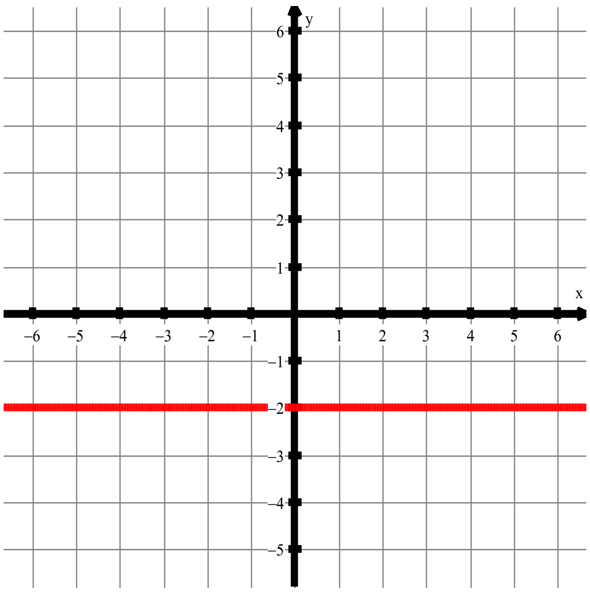
$f(x) =$

b



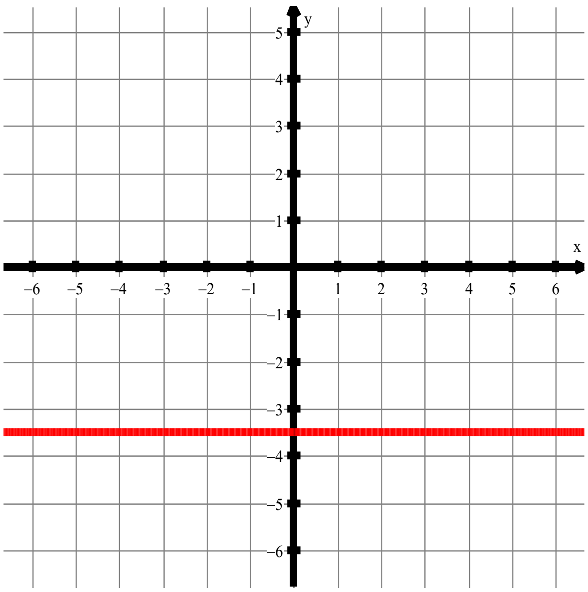
$f(x) =$

c



$f(x) =$

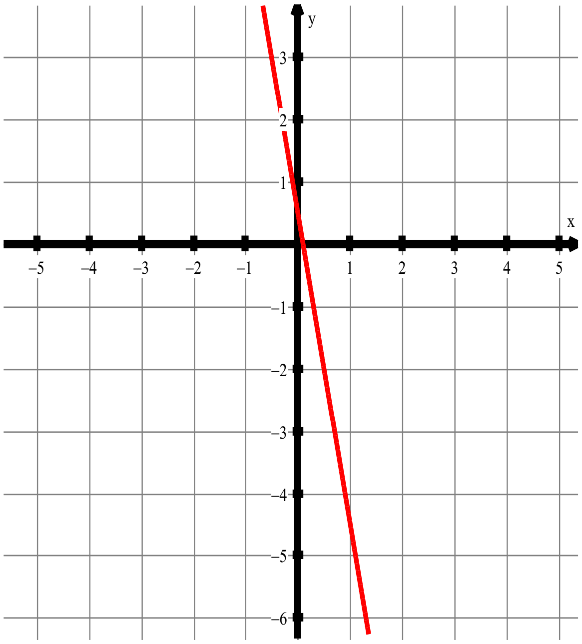
d



$f(x) =$

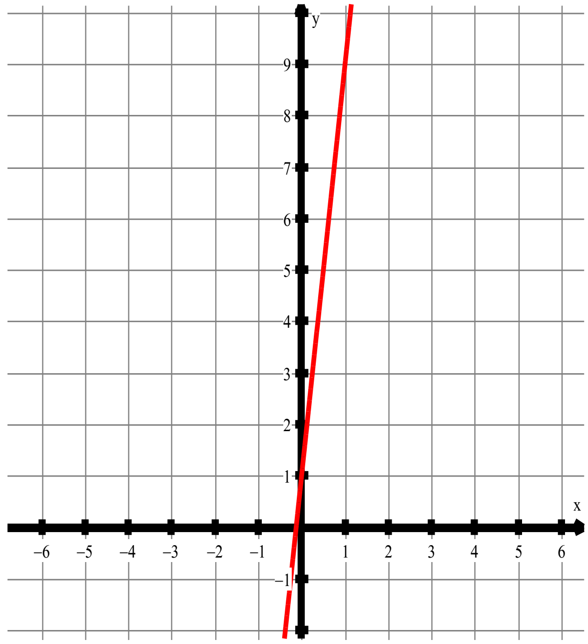
II. Determine la función algebraica de cada una de las gráficas que se muestran en cada plano cartesiano

a



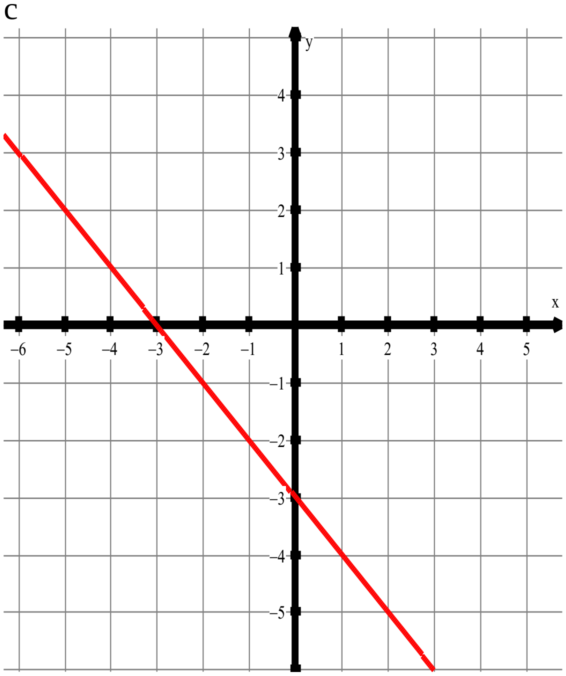
$f(x) =$

b



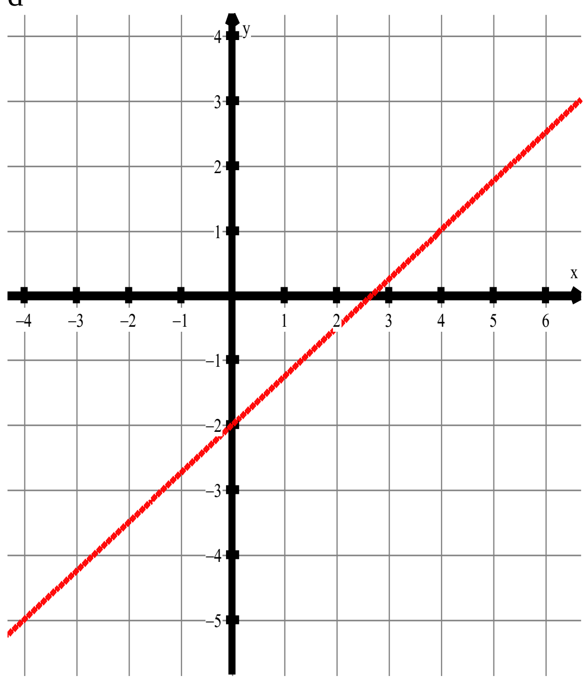
$f(x) =$

c



$f(x) =$

d



$f(x) =$

III. Realice lo que se le indique en cada ejercicio

1. ¿Qué es una función cuadrática?

____

____

2. En la función cuadrática, ¿qué valor nos indica hacia donde abre la curva?

____

3. ¿Qué formas puede tomar la función cuadrática?

____

4. ¿Qué nombre recibe la curva originada al graficar una función de la forma $f(x)=ax^2+c$?

____

5. En las siguientes preguntas conteste (F) si la afirmación es falsa y (V) si la afirmación es verdadera.

a) ¿Es posible encontrar soluciones complejas en las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$?

____

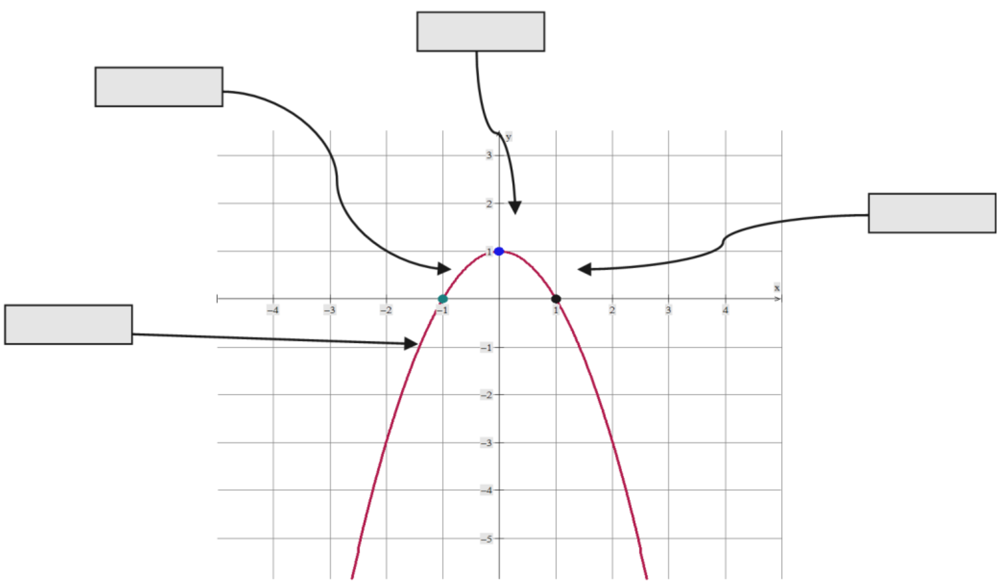
b) ¿Existen ecuaciones cuadráticas sin ninguna solución real?

____

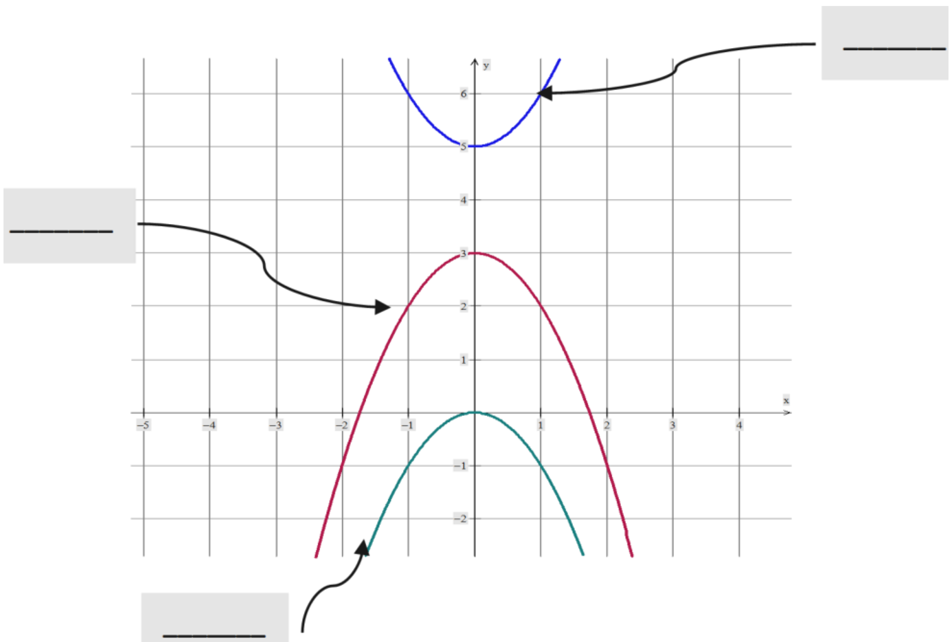
c) ¿Toda ecuación cuadrática tiene dos soluciones reales?

____

6. El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada **parábola**. Observe el siguiente gráfico y vea los elementos (**puntos**) que se distinguen en él; así mismo escriba el nombre que corresponde a cada uno de los elementos.



7. ¿Qué expresión analítica corresponde a cada una de las siguientes gráficas?



IV. Defina con sus palabras

a) ¿Qué es una función racional?

____

____

b) Escriba un ejemplo de ella.

____

____

c) ¿Qué condiciones debe de tener el denominador de una función racional?

____

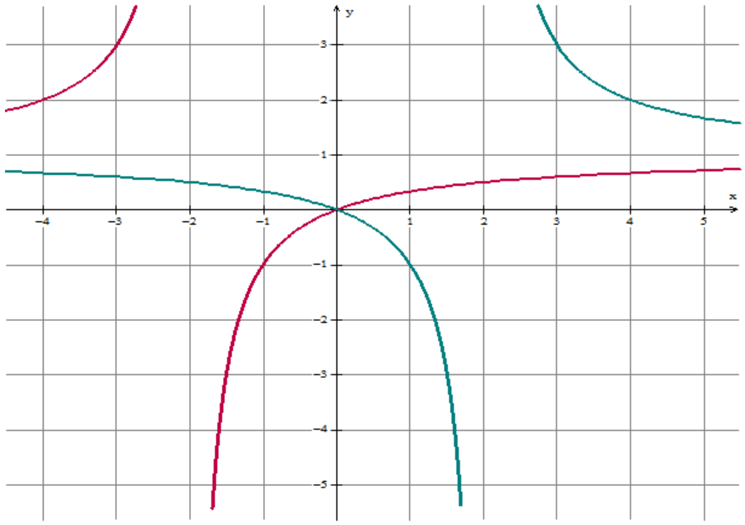
____

d) Traza con ayuda de *Winplot* las siguientes funciones y analízalas:

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \qquad f(x) = -\frac{1}{x^2 + 1}$$

d.1) ¿Qué tienen en común?____

e) Observa la siguiente gráfica y responde lo siguiente:



e.1) ¿Las gráficas corresponden a funciones racionales? ____________

e.2) Justifica tu respuesta.

____

____

____

____

____

f) Si se tiene una función lineal (m) entre otra función lineal (m), ¿cómo será su grafica?

____

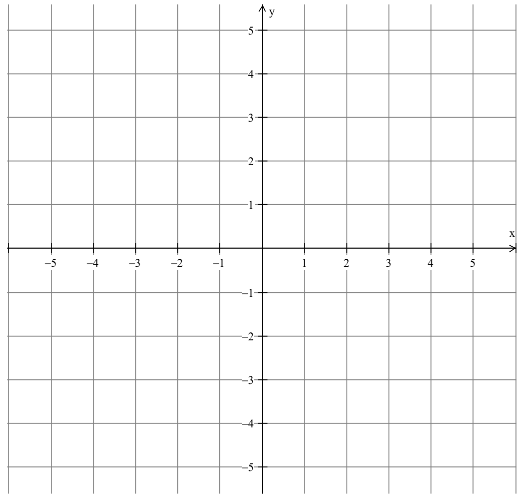
____

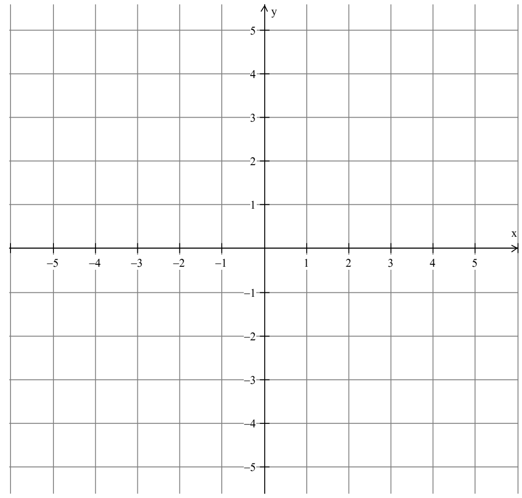
____

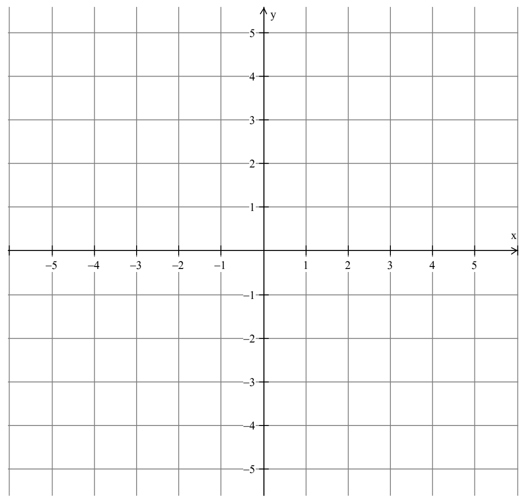
____

Para responder la pregunta anterior, grafica las siguientes funciones en cada plano cartesiano:

$f(x) = \frac{x}{x}$ $h(x) = \frac{x+1}{x+1}$ $g(x) = \frac{x^2-2}{x^2-2}$

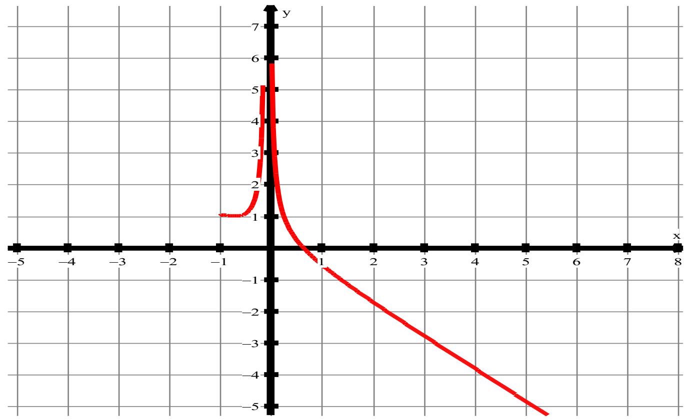

y
x
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5


y
x
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5

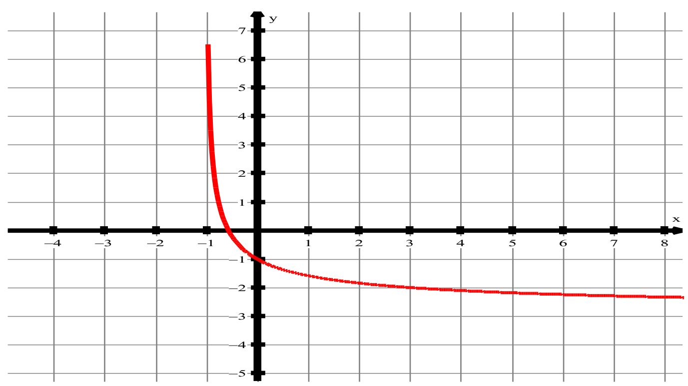

y
x
−5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5
5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5

V. Con la ayuda del software *Winplot* relacione la representación algebraica con su representación gráfica

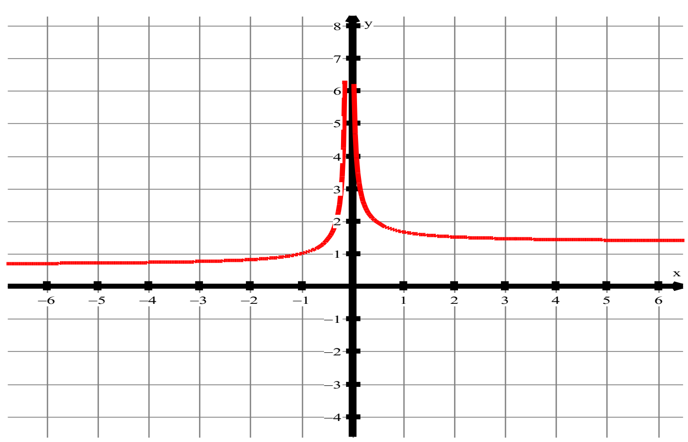
1) $f(x) = 2\left(\sqrt{\dfrac{x}{x+x^2}}\right) - 3$ ( )



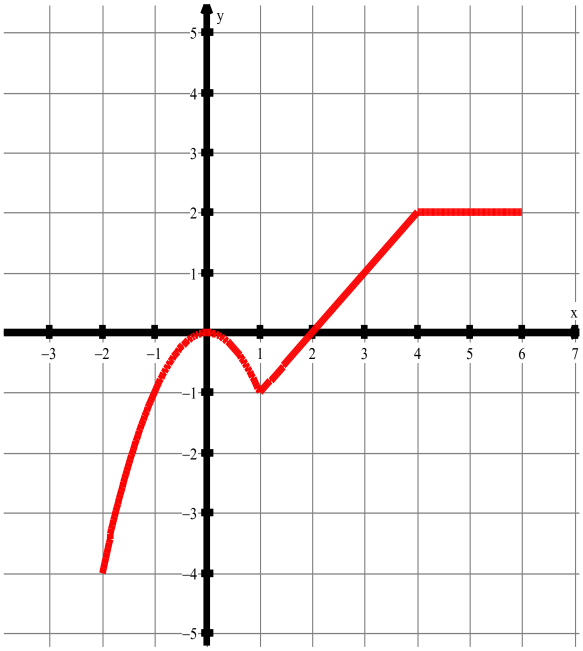
2) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x+8x^2}} + 1$ ( )



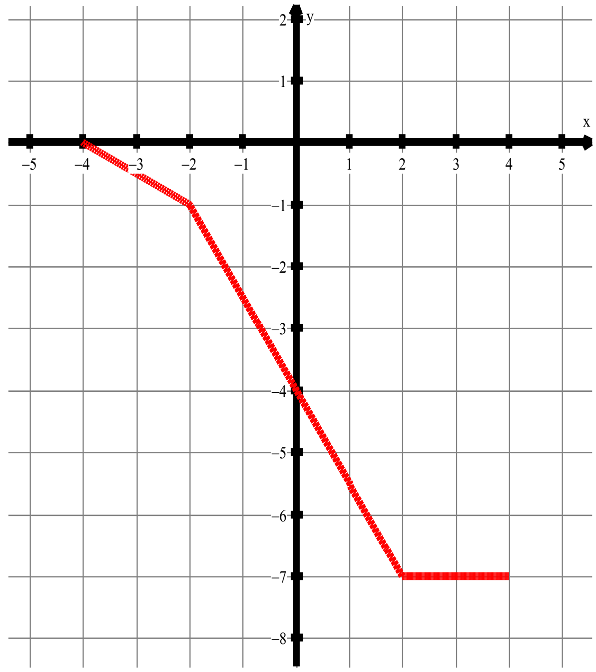
3) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x+8x^2}} - x$ ( )



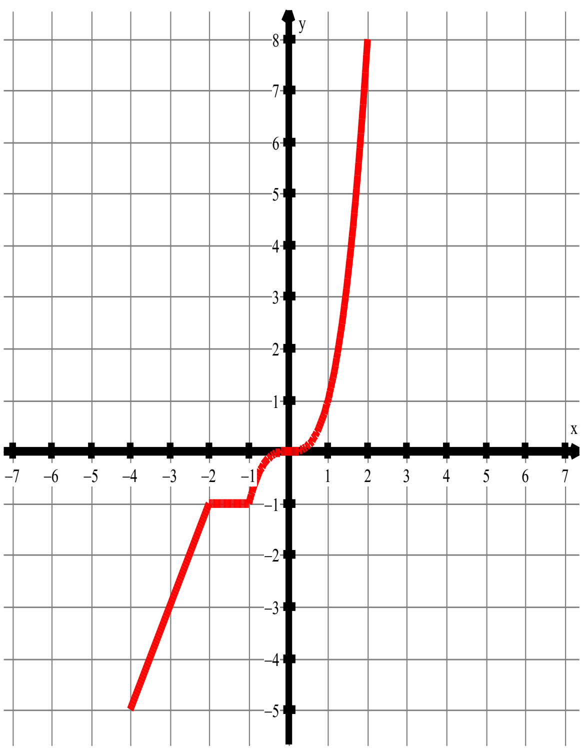
VI. Determine la representación algebraica de las gráficas que se presentan en cada plano cartesiano y represéntelo en una función a trozos



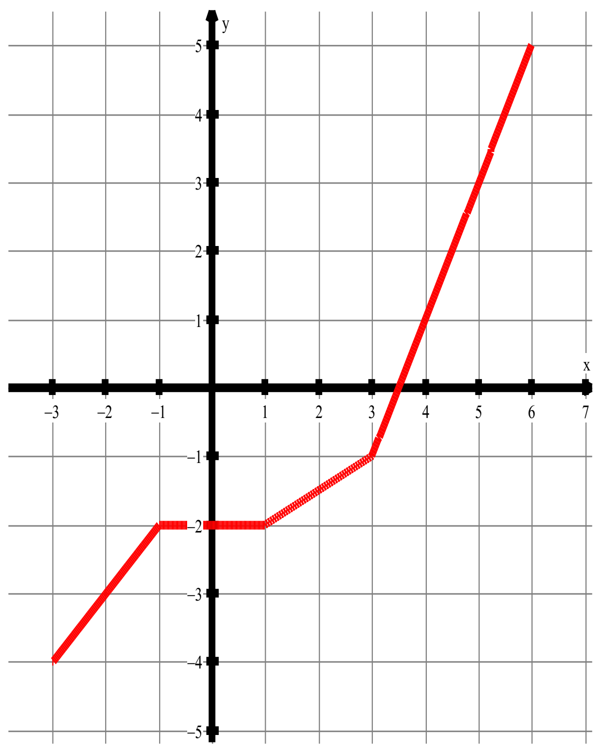
$f(x) =$



$f(x) =$



$f(x) =$



$f(x) =$

Recomendaciones

Con el fin de medir el aprendizaje de funciones con el uso del *Winplot*, se propone al lector realizar la actividad de Autoevaluación de los Conocimientos propuesto en este mismo material didáctico.

Existe una gran variedad de tutoriales; la finalidad de éste es apoyar de manera didáctica el aprendizaje de los estudiantes, puesto que es una herramienta básica para graficar y muchos de ellos la desconocen. Por otro lado, el material pretende dar a conocer la facilidad de manejo del *software* educativo *Winplot* y orientar a los estudiantes sobre su utilidad y aplicabilidad académica.

Cabe mencionar, que los tutoriales existentes en internet sólo dicen cómo instalar el *software*, cómo funciona y cómo se grafica una función arbitraria, sin la didáctica adecuada mostrando ejercicios que no provocan en el lector un análisis sobre la representación algebraica con su representación gráfica.

Sugerencias de links de temas matemáticos en *Winplot*

Calderón, A. (s/f). *Planos en Winplot*. https://www.youtube.com/watch?v=SpaqvMDijy8

Chila, U. (2014). *Tutorial básico de Winplot.* Universidad Nacional del Altiplano. https://www.youtube.com/watch?v=qiAY0igA0XU

Narváez, A. (s/f). *Sólidos de revolución Winplot.* Instituto Tecnológico Metropolitano. https://www.youtube.com/watch?v=_qBHow5NZ7M

Zamayoa, A. (s/f). *Tutorial Winplot.*https://www.youtube.com/watch?v=0F9QkqYBvjw

Referencias

Arteaga, L. (2001). ¿Qué es el *software* libre? Recuperado de https://www.gnu.org/philosophy/free-sw.es.html

Picos, P. (2010). Uso de *Winplot*. Recuperado de https://sites.google.com/site/usodewinplotpatriciapicos/home

Plan Integral de Educación Digital (s/f). Tutorial *Winplot*. Aplicación para representar ecuaciones de una y dos variables. Buenos Aires Ciudad.

Santamaría, J. (2006). Los polinomios. Tinaquillo, Estado Cojedes.

Apéndice A. Consejo Editor Universidad Autónoma de Nayarit

Presidente

López – Salazar, Juan, BsC.
Rector

Vocales

Flores - Soto, Cecilio Oswaldo, PhD.
Secretario General

Bugarín- Montoya, Rubén, PhD.
Secretario de Investigación y Posgrado

Peña- González, Jorge Ignacio, MsC.
Secretario de Docencia

Sánchez- Valdés, Arturo, BsC
Secretario de Servicios Académicos

Chávez- González, José Ricardo, BsC.
Secretario de Educación Media Superior

González- Sandoval, Edgar Raymundo, BsC.
Secretario de Vinculación y Extensión

Luna – López, Marcela, BsC.
Secretaría de Finanzas y Administración

Apéndice B. Consejo Editor ECORFAN

ISBN 978-607-8324-55-2

www.ecorfan.org